CAS – Projekt T^3 Österreich

Thema: Umkreismittelpunkt eines Dreiecks - Methodenvergleich

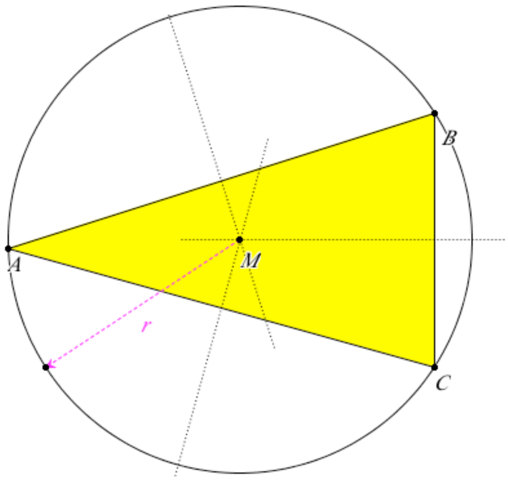
Gertrud Aumayr

☒ TI-Nspire™ CAS

Schlagworte: Dreieck, Streckensymmetrale (Mittelsenkrechte), Parameterform einer Geradengleichung, allgemeine Form einer Geradengleichung

---

Schülermaterial:



Aufgabe:

Gegeben sei das Dreieck A(-1/-1), B(5/-1), C(5/-3). Gesucht sind der Umkreismittelpunkt des gegebenen Dreiecks sowie der Radius des Umkreises.

- *Diese Aufgabe soll durch folgende Schritte gemeinschaftlich gelöst werden.*
- *Sammeln verschiedener Lösungsstrategien.*
- *Aufteilen der Klasse in mehrere Gruppen, die di… jeweilige Lösungsstrategie durchführen und die … und Nachteile der bearbeiteten Strategie formul…*
- *Vorstellen, Vergleichen und Bewerten der einzelnen Lösungsstrategien*

✂---

Didaktischer Kommentar:

Bei freier Wahl der möglichen Lösungsmethoden *(Rechnen in Parameterform, Rechnen in parameterfreier Form, Konstruktion jeweils mit Technologie und ohne Technologie)* ergibt sich automatisch eine Differenzierung. Es ermöglicht den Schülern zunächst das zu tun, was sie am liebsten machen. Es soll dabei auch überlegt werden, warum die einzelnen Methoden gewählt wurden. Bei der anschließenden Diskussion soll aber aufgezeigt werden, dass man durch Rechnung genauere Werte bekommt, als durch Konstruktion und dass durch Verwendung von Technologie die Aufgabe für beliebig viele Dreiecke gelöst werden kann.

Vorschlag zur Umsetzung:

Eckpunkte des Dreiecks:

$ax:=-1 \blacktriangleright -1$ $bx:=5 \blacktriangleright 5$ $cx:=5 \blacktriangleright 5$

$ay:=-1 \blacktriangleright -1$ $by:=-1 \blacktriangleright -1$ $cy:=-3 \blacktriangleright -3$

$a:=\begin{bmatrix} ax \\ ay \end{bmatrix} \blacktriangleright \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$ $b:=\begin{bmatrix} bx \\ by \end{bmatrix} \blacktriangleright \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$ $c:=\begin{bmatrix} cx \\ cy \end{bmatrix} \blacktriangleright \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix}$

Berechnen der Verbindungsvektoren: $ab:=b-a \blacktriangleright \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix}$ $bc:=c-b \blacktriangleright \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$

Seitensymmetralen:

$sab:=\text{dotP}\left(ab,\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}-\frac{a+b}{2}\right)=0 \blacktriangleright 6\cdot(x-2)=0$

$sbc:=\text{dotP}\left(bc,\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}-\frac{b+c}{2}\right)=0 \blacktriangleright -2\cdot(y+2)=0$

Schnittpunkt der Seitensymmetralen:

$lös:=\text{solve}\left(\begin{cases} sab \\ sbc \end{cases},x,y\right) \blacktriangleright x=2 \text{ and } y=-2$

$mi:=\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}|lös \blacktriangleright \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ $ra:=\text{norm}(a-mi) \blacktriangleright \sqrt{10}$

Seitensymmetralen:

$mab(t):=\frac{a+b}{2}+t\cdot\begin{bmatrix} -ab[2,1] \\ ab[1,1] \end{bmatrix} \blacktriangleright \mathit{Done}$

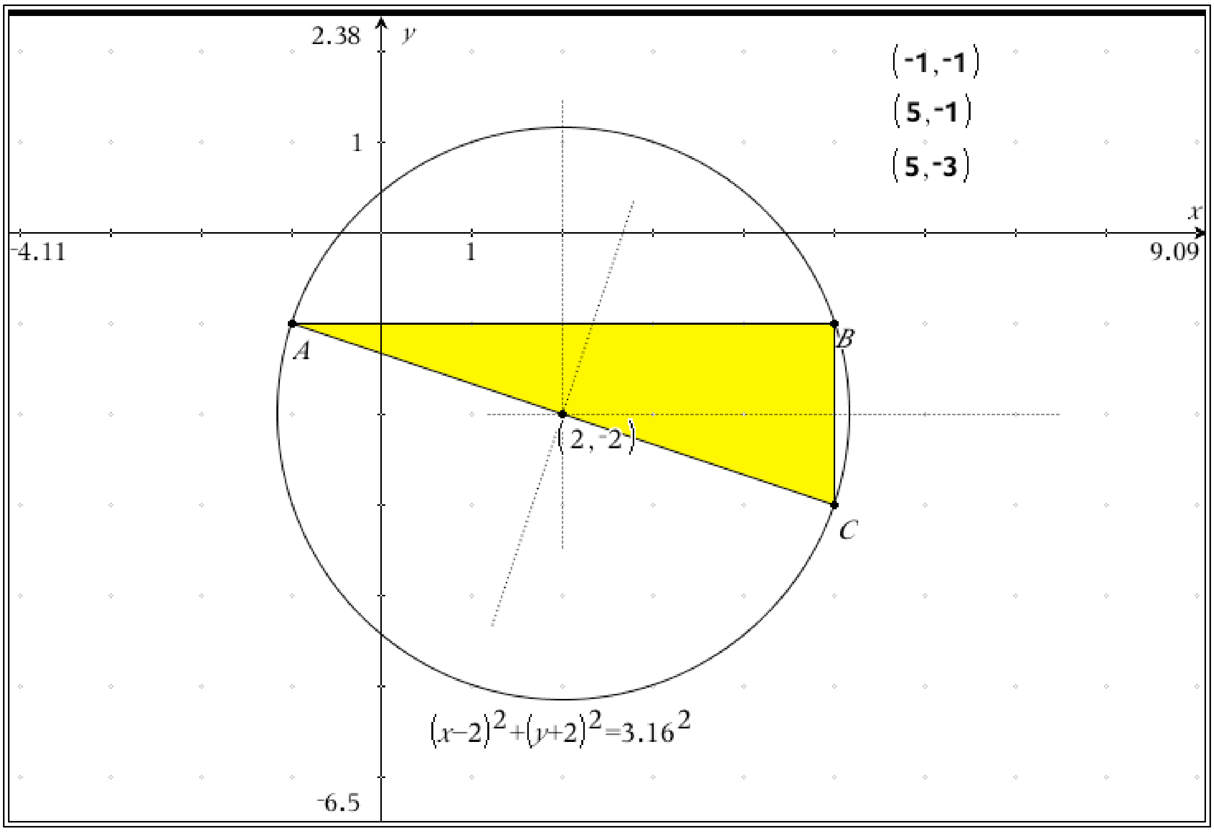
$mbc(s):=\frac{b+c}{2}+s\cdot\begin{bmatrix} -bc[2,1] \\ bc[1,1] \end{bmatrix} \blacktriangleright \mathit{Done}$

Schnittpunkt ,der Seitensymmetralen:

$erg:=\text{solve}(mab(t)=mbc(s),t,s)$

$\blacktriangleright t=\frac{-1}{6} \text{ and } s=\frac{-3}{2}$

$m:=mab(t)|erg \blacktriangleright \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ $r:=\text{norm}(a-m) \blacktriangleright \sqrt{10}$



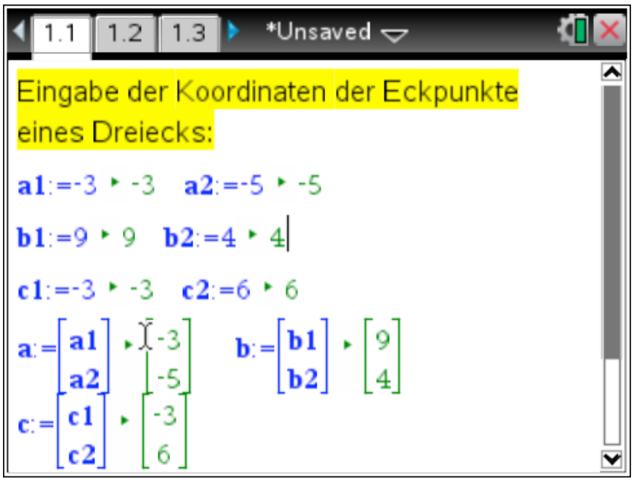
T³ ÖSTERREICH

Technologiehilfe:

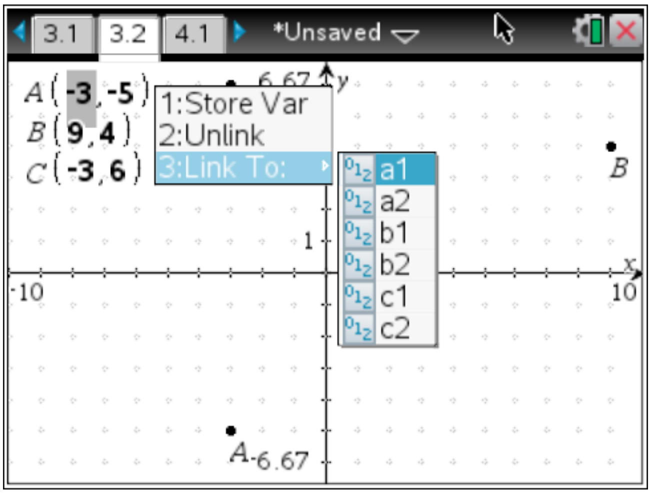
Verknüpfen von Punkten einer Graphs–Applikation mit den Rechnungen einer Notes-Applikation:

Manchmal ist es nützlich in der analytischen Geometrie Rechnung und Zeichnung zu verknüpfen. Um die Vorgehensweise zu zeigen, werden hier drei Punkte in einer Notes Applikation eingespeichert und mit Punkten einer Graphs – Applikation verlinkt. Anschließend kann man in beiden Applikationen die Punkte verändern!

- Speichern Sie in einer Notes Applikation die Koordinaten der Punkte so ein, dass die x – Koordinate des ersten Punktes in a1, die y – Koordinate in a2, ... gespeichert sind.
- In a wird noch der Vektor $\begin{bmatrix} a1 \\ a2 \end{bmatrix}$, in b der Vektor $\begin{bmatrix} b1 \\ b2 \end{bmatrix}$ und in c der Vektor $\begin{bmatrix} c1 \\ c2 \end{bmatrix}$ gespeichert.



- Öffnen Sie eine neue Graphikapplikation!
- Lassen Sie sich das Koordinatengitter anzeigen: b → View → Grid → Dot Grid.
- Geben Sie drei beliebige Punkte ein und bezeichnen Sie die Punkte sofort nach dem Setzen mit A, B und C: b → Geometry → Points & Lines → Point.
  Hinweis: Wenn Sie die Punkte auf die Koordinatengitterpunkte setzen, bekommen Sie ganzzahlige Werte für die Koordinaten!



- Lassen Sie sich nun die Koordinaten der drei Punkte anzeigen: b → Actions → Coordinates & Equations
  Hinweis: Platzieren Sie sie in eine Ecke, etwa links oben!
- Wählen Sie nun die Koordinaten der Punkte der Reihe nach an, drücken Sie h → Link To → wählen Sie die zugehörige Variable aus!
- Sie können jetzt dieses Dokument speichern für zukünftige Anwendungen, in denen Sie Vernetzungen brauchen.