
Thema: EINFÜHRUNG ZUR VEKTORRECHNUNG

Andreas Knapp ☒ TI-Nspire™ CAS

Schlagworte: Länge eines Vektors, Einheitsvektor, Skalarprodukt, Normalvektoren, Normalprojektion

---

Schülermaterial:

Aufgabe/Arbeitsauftrag:

Verwende das Dokument „Vektorrechnung1.tns".

Verändere die Werte der definierten Vektoren und der Skalare.

Überprüfe deine händischen Berechnungen mit der TR-Ausgabe und der graphischen Darstellung.

(0) Eingabe

$\mathbf{vax}:=3 \blacktriangleright 3$ und $\mathbf{vay}:=4 \blacktriangleright 4$

$\mathbf{va}:=\begin{bmatrix}\mathbf{vax}\\ \mathbf{vay}\end{bmatrix} \blacktriangleright \begin{bmatrix}3\\ 4\end{bmatrix}$

$\mathbf{vbx}:=-3 \blacktriangleright -3$ und $\mathbf{vby}:=4 \blacktriangleright 4$

$\mathbf{vb}:=\begin{bmatrix}\mathbf{vbx}\\ \mathbf{vby}\end{bmatrix} \blacktriangleright \begin{bmatrix}-3\\ 4\end{bmatrix}$

(1) Länge eines Vektors

$|va|=\sqrt{\mathbf{vax}^2+\mathbf{vay}^2}$

$|vb|=\sqrt{\mathbf{vbx}^2+\mathbf{vby}^2}$

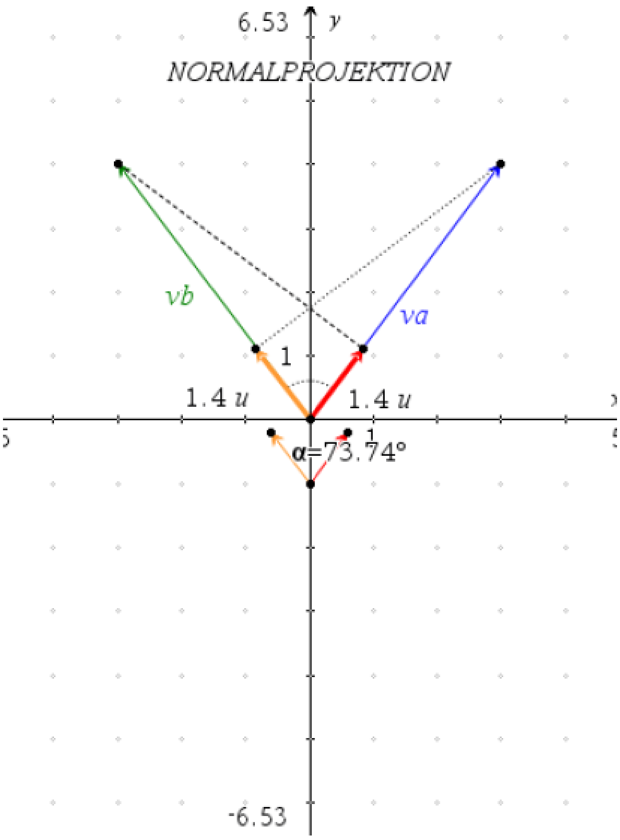
$\mathbf{van}:=\mathrm{norm}(\mathbf{va}) \blacktriangleright 5;\ \mathbf{vbn}:=\mathrm{norm}(\mathbf{vb}) \blacktriangleright 5$

(2) Einheitsvektor

Die Länge dieser Vektoren ist 1.

$\mathbf{va_0}:=\dfrac{\mathbf{va}}{\mathrm{norm}(\mathbf{va})} \blacktriangleright \begin{bmatrix}\frac{3}{5}\\ \frac{4}{5}\end{bmatrix}$

$\mathbf{vb_0}:=\dfrac{\mathbf{vb}}{\mathrm{norm}(\mathbf{vb})} \blacktriangleright \begin{bmatrix}\frac{-3}{5}\\ \frac{4}{5}\end{bmatrix}$



(3) Skalarprodukt

va· **vb** ; **vb**· **va** ; **va**· **va**, **vb**· **vb**

dotP(**va**,**vb**) ▸ 7; dotP(**vb**,**va**) ▸ 7;

dotP(**va**,**va**) ▸ 25; dotP(**vb**,**vb**) ▸ 25

Berechne das Skalarprodukt auch so:

va· **vb**=norm(**va**)· norm(**vb**)· cos(**α**) ▸ 7.

vb· **va**=norm(**vb**)· norm(**va**)· cos(**α**) ▸ 7.

va· **va**=norm(**va**)· norm(**va**)· cos(0) ▸ 25

vb· **vb**=norm(**vb**)· norm(**vb**)· cos(0) ▸ 25

Beachte:

$$\cos(\alpha)=\frac{\mathbf{va}\cdot\mathbf{vb}}{|\mathbf{va}|\cdot|\mathbf{vb}|}=va_0\cdot vb_0$$

(4) Normalprojektion

Betrachte die graphische Darstellung

vb auf va

vb_a:=dotP(**vb**,$\mathbf{va_0}$) ▸ 1.4

va auf vb

$\mathbf{va_b}$:=dotP(**va**,$\mathbf{vb_0}$) ▸ 1.4

✂--

Didaktischer Kommentar:

Nachdem im Unterricht die erwähnten Grundoperationen besprochen wurden, kann die Umsetzung auf dem TR erfolgen.

Normalvektoren: Die SchülerInnen sollen für einen vorgegebenen Vektor (z. B. va=[3|4]) einen entsprechenden Normalvektor unter vb=[4|-3] eingeben. Sie können dabei feststellen, dass das entsprechende Skalarprodukt NULL ergibt und der eingeschlossene Winkel 90° beträgt.

Die Ideen sollen dabei wiederholt werden.

Vorschlag zur Umsetzung: Einzelarbeit