CAS – Projekt T^3 Österreich

Thema: Rechenregeln für Vektoren

Franz Schlöglhofer

☒ TI-Nspire™ CAS

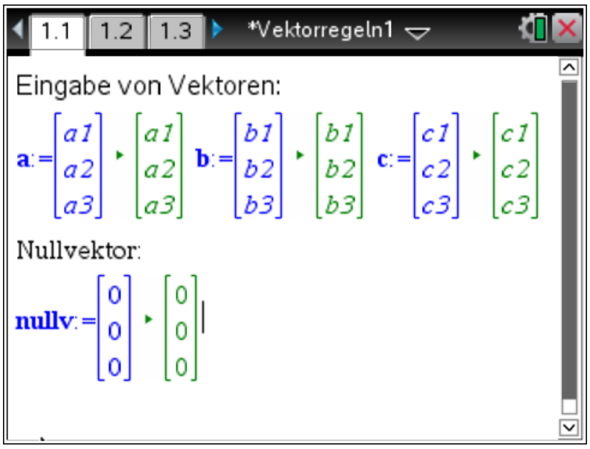
Schlagworte: Vektor als n-Tupel, Addition, Subtraktion, Multiplikation, Einheitsvektor, Nullvektor, Skalarprodukt, Vektorprodukt

Schülermaterial:

Rechenregeln für Vektoren sollen mit dem NSPIRE nachvollzogen werden. Dabei sollten die Eingabe der Vektoren sowie die Berechnungen selbst durchgeführt werden. Nur wenn es notwendig ist, kann die fertige Datei beigelegt werden.

Aufgabe:

Gib die drei Vektoren **a, b** und **c** sowie den Nullvektor in Notes ein wie in der Abbildung dargestellt. Beispielhaft verwenden wir hier Vektoren aus R^3.



Führe mit diesen drei Vektoren die folgenden Berechnungen aus und beschreibe die Durchführung der Berechnung.

1) Addiere und subtrahiere jeweils zwei Vektoren. Beschreibe, wie die Rechnungen ausgeführt werden.

2) Untersuche durch geeignete Rechnungen mit den Vektoren die Gültigkeit des Kommutativgesetzes für die Addition und die Subtraktion von Vektoren.

3) Welches Ergebnis ergibt sich, wenn zu einem der Vektoren der Nullvektor addiert wird?

4) Untersuche die Gültigkeit des Assoziativgesetzes der Addition. Gilt es auch für die Subtraktion?

5) Wie wird ein Vektor mit einer Zahl multipliziert? Beschreibe „besondere“ Fälle wie z.B. Multiplikation mit 1 oder mit 0.

6) Wie ist das Skalarprodukt von zwei Vektoren definiert? Untersuche die Gültigkeit von Kommutativgesetz, Assoziativgesetz, Distributivgesetz. Beschreibe das Ergebnis bei der Multiplikation eines Vektors mit sich selbst bzw. bei der Multiplikation mit dem Nullvektor.

7) Berechne das Vektorprodukt von zwei Vektoren aus R^3. Welche Formel ergibt sich? Beschreibe Besonderheiten, wie z.B. das Vektorprodukt eines Vektors mit sich selbst.

8) Gilt das Kommutativgesetz bzw. das Assoziativgesetz für das Vektorprodukt?

9) Zeige, dass das Skalarprodukt eines Vektors a mit dem Vektorprodukt von a und b gleich 0 ist. Was bedeutet dies geometrisch für Vektoren in R3?

✂--

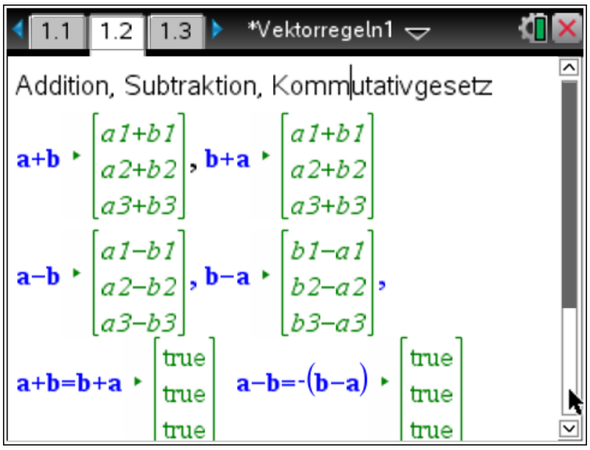
Didaktischer Kommentar:

Die in dieser Aufgabe durchgeführten Berechnungen haben keinen Beweischarakter. Sie sollen eher zur Wiederholung der Rechenregeln dienen. Die Aufgabe könnte durch Berechnungen von Vektoren mit konkreten Zahlen erweitert werden.

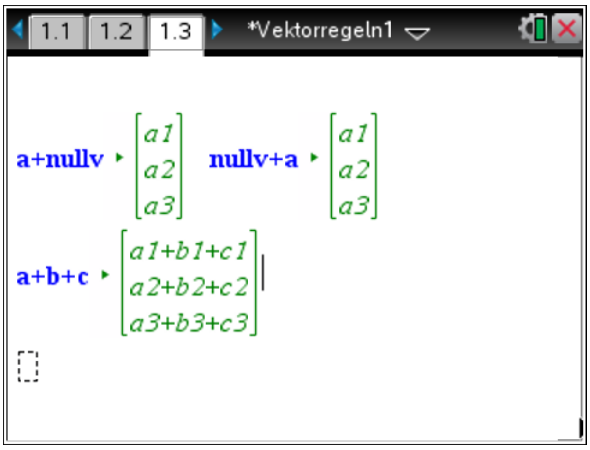
Vorschlag zur Umsetzung:

Mögliche Screenshots zu den einzelnen Teilen der Aufgabe sind abgebildet. Verbale Beschreibungen können in der Diskussion vorkommen.

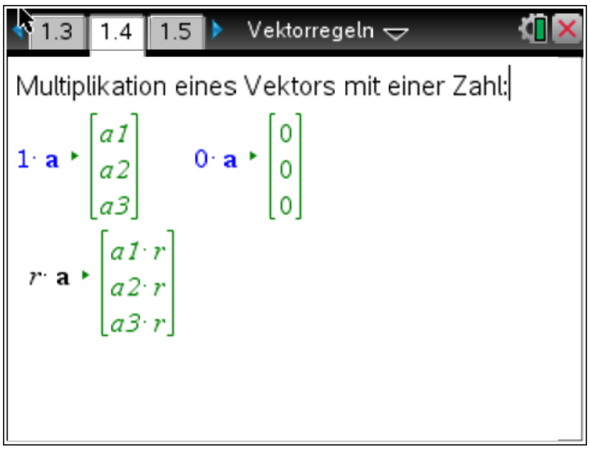
1)



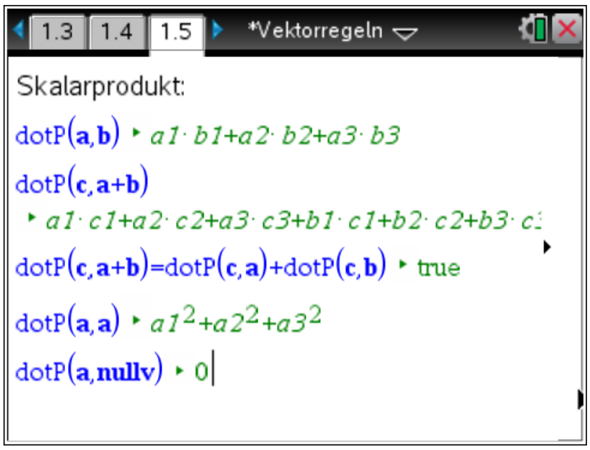
2)



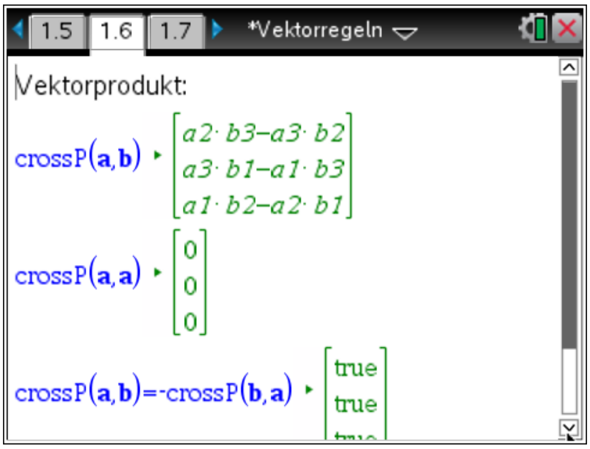
3)

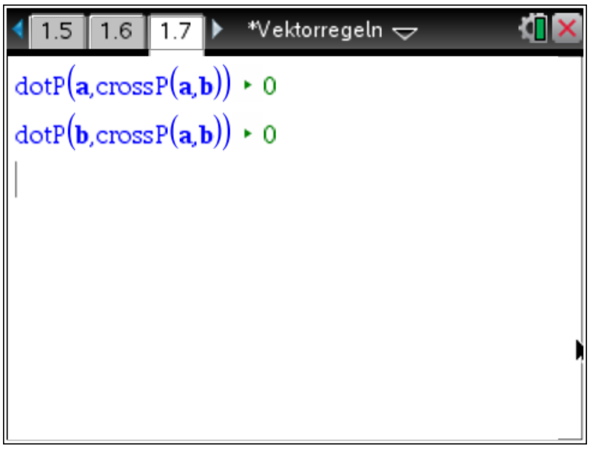


4)



5)





Technologiehilfe:

NSPIRE wird zur Eingabe von Vektoren und Berechnungen mit diesen benützt. Vektoren wurden hier als Spaltenvektoren (Matrizen) verwendet. Es gäbe auch die Möglichkeit der Eingabe mit Zeilenvektoren oder mit Listen.

Ein Ziel dieser Aufgabe ist es, Schüler und Schülerinnen zum „Probieren“ zu animieren. Z.B. kann die vielleicht vergessene Formel für das Vektorprodukt durch die Berechnung wieder gefunden werden.