

Thema: Terme; Änderung von Parametern

Name: Fritz Tinhof
CAS

☒ TI-Nspire™

Schlagworte: Terme; Termumformungen; CAS-Einsatz

Schülermaterial:

Einfache Terme und Formeln aufstellen, umformen und Änderungen im Kontext deuten können, Untersuchen der Auswirkungen der Änderung von Parametern in Termen

Aufgabe:

Flächeninhalt eines Dreiecks

Der Flächeninhalt eines Dreiecks ist durch die Formel $A = \frac{c \cdot h_c}{2}$ gegeben.

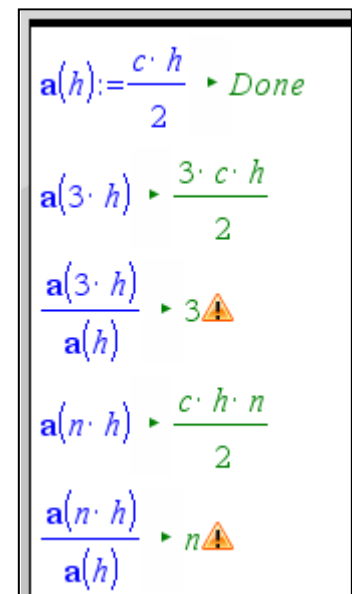
Interpretieren Sie die Auswirkungen der Verdreifachung der Höhe h_c auf den Flächeninhalt des Dreiecks.

Lösung: Die neue Höhe $h_c' = 3 \cdot h_c$.

$$A' = \frac{c \cdot h_c'}{2} = \frac{c \cdot 3 \cdot h_c}{2} = 3 \cdot \frac{c \cdot h_c}{2} = 3 \cdot A$$

Der neue Flächeninhalt A' ist $3 \cdot A$. Durch die Verdoppelung der Höhe h_c des Dreiecks hat sich auch der Flächeninhalt verdreifacht.

Eine Ver- n -fachung der Höhe h_c hätte auch eine Ver- n -fachung der Dreiecksfläche zur Folge.



Calculator screen showing the derivation of the area formula for a triangle with height multiplied by 3 and n.

$$a(h) := \frac{c \cdot h}{2} \rightarrow \text{Done}$$

$$a(3 \cdot h) \rightarrow \frac{3 \cdot c \cdot h}{2}$$

$$\frac{a(3 \cdot h)}{a(h)} \rightarrow 3 \Delta$$

$$a(n \cdot h) \rightarrow \frac{c \cdot h \cdot n}{2}$$

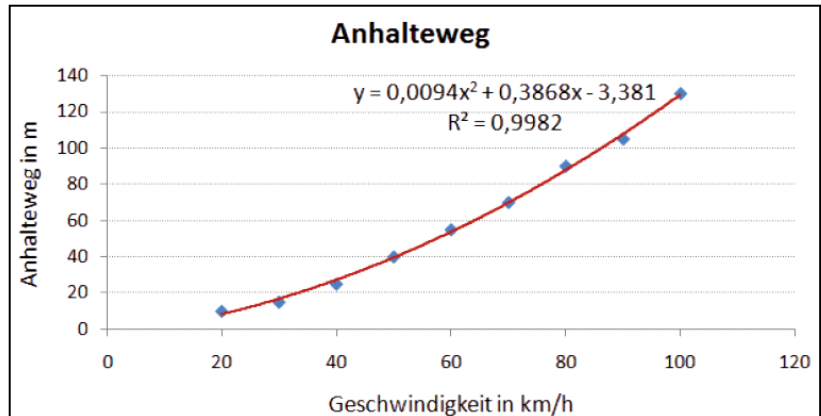
$$\frac{a(n \cdot h)}{a(h)} \rightarrow n \Delta$$

In ähnlicher Weise können andere bekannte Formeln behandelt werden.

Aufgabe:

Anhalteweg

Auf einer Versuchsstrecke wurde der Anhalteweg eines Autos bei trockener, ebener Betonfahrbahn in Abhängigkeit von der Fahrzeuggeschwindigkeit gemessen. Dabei ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit v in km/h und dem Anhalteweg s in m.



Quelle: Praxishandbuch Mathematik AHS Oberstufe; Teil 1

Mit Hilfe der Regressionsrechnung erhält man eine gute Näherungsfunktion s mit $s(v) = 0,0094 \cdot v^2 + 0,3868 \cdot v - 3,381$.

Interpretieren Sie die Auswirkungen der Verdopplung der Geschwindigkeit v auf den Anhalteweg des Fahrzeuges. Wählen Sie als Anfangsgeschwindigkeit $v = 20$ km/h.

Der Anhalteweg des Autos ist durch die Formel $s(v) = 0,0094 \cdot v^2 + 0,3868 \cdot v - 3,381$ gegeben.

Lösung: Die Geschwindigkeit $v' = 2 \cdot v$.

$$s' = 0,0094 \cdot v'^2 + 0,3868 \cdot v' - 3,381$$

$$s' = 0,0094 \cdot (2 \cdot v)^2 + 0,3868 \cdot 2 \cdot v - 3,381$$

Ohne Vorgabe einer Anfangsgeschwindigkeit v ist hier keine einfache Abhängigkeit erkennbar.

Gibt man für v den Wert $v = 20$ km/h vor, ist ein Zusammenhang berechenbar:

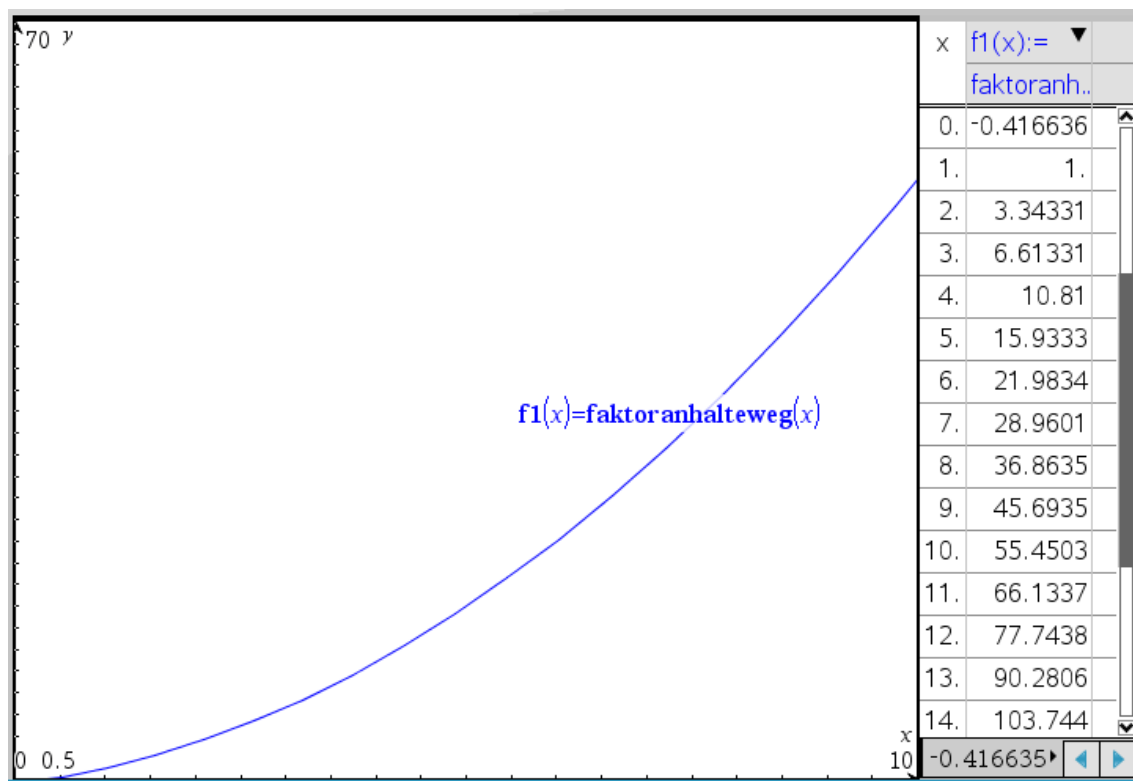
Der neue Anhalteweg s' ist ca. 3,34·s. Durch die Verdoppelung der Geschwindigkeit des Autos hat sich der Anhalteweg ca. ver-3,34-facht.

```
s(v):=0.0094·v^2+0.3868·v-3.381 ▶ Done
s(v) ▶ 0.0094·v^2+0.3868·v-3.381
s(2·v) ▶ 0.0376·v^2+0.7736·v-3.381
s(2·v) / s(v) ▶ 4·(v^2+20.5745·v-89.9202) / (v^2+41.1489·v-359.681)
expand(s(2·v)/s(v)) ▶ 1079.04-82.2979·v / (v^2+41.1489·v-359.681)+4. ⚠
v:=20 ▶ 20
s(v) ▶ 8.115
s(2·v) ▶ 27.131
s(2·v) / s(v) ▶ 3.34331
```

Die Auswirkung einer ver-**x**-fachung der Anfangsgeschwindigkeit v auf den Anhalteweg s kann grafisch und tabellarisch veranschaulicht werden.

$$\text{faktoranhalteweg}(x) := \frac{s(x \cdot v)}{s(v)} \rightarrow \text{Done}$$

Dazu wird der Anhalteweg als Funktion der Ver-x-fachung der Geschwindigkeit definiert.



Didaktischer Kommentar:

Einsatz der Technologie als Rechenwerkzeug: Nachdem zunächst anhand bekannter Formeln die Auswirkung der Änderung von Parametern untersucht (händische Berechnung) und interpretiert (verbaler Antwortsatz) werden, kann bei Anwendungsaufgaben der Sachverhalt mit komplizierten Termen und Formeln mit CAS (Notes) berechnet werden.

Die Schüleraktivität verschiebt sich vom Rechnen auf das kontextbezogene Interpretieren und auf das Argumentieren.

Geübt können weiters die Interpretation von Graphen und das Ablesen und Interpretieren von Tabellen werden.

Vorschlag zur Umsetzung:

Zuerst einfache bekannte Formeln händisch behandeln.

Im zweiten Schritt mit Notes die Berechnungen durchführen und die Ergebnisse interpretieren und argumentieren.