

---

## Thema: Lösungsmethoden für lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen

Helmut Heugl

☒ TI-Nspire™ CAS

**Schlagworte:** Substitutionsmethode, Komparationsmethode, Additionsmethode, Graphische Methode

---

### Schülermaterial:

**Aufgabe:** Löse das Gleichungssystem

(1)  $5x+3y=18$

(2)  $6x-5y=13$

schrittweise mit verschiedenen Methoden:

- ➡ Substitutionsmethode
- ➡ Komparationsmethode
- ➡ Additionsmethode
- ➡ Graphische Methode



---

### Didaktischer Kommentar:

Das Lösen von linearen Gleichungen mit einer Variablen wurde vorher behandelt. Für das Verständnis von Äquivalenzumformungen ist es wichtig, zuerst einmal ohne Nutzung des „solve“-Befehls zu arbeiten. Dabei kann das CAS-Werkzeug für das Experimentieren mit Äquivalenzumformungen eingesetzt werden. Beim Nutzen von Gleichungen in Anwendungssituationen oder beim Lösen komplexerer Aufgaben können danach die Gleichungen schon mit dem „solve“-Befehl gelöst werden.

In der nächsten Lernphase, dem Lösen von Gleichungssystemen ist das erste Ziel wieder die Erarbeitung der Lösungsstrategien für Gleichungssysteme und daher soll in dieser Phase der „solve“-Befehl für Systeme noch nicht verwendet werden. Wohl aber kann basierend auf bisher Gelerntem („White Box Phase“) der „solve“-Befehl für das Lösen der einzelnen Gleichungen genutzt werden („Black Box Phase“). Dadurch verschiebt sich die Aktivität der Lernenden vom Ausführen zum Planen der Lösungsstrategien.

Die Erarbeitung der Lösungsstrategie wird dann zu einer Übersetzung von sprachlich formulierten Entscheidungen in mathematische Handlungen.

Vorschlag zur Umsetzung:

## Substitutionsmethode

Deutsch	Mathematik
Ich löse die erste Gleichung nach y auf und setze in die zweite Gleichung ein.	$\begin{array}{l} 5 \cdot x + 3 \cdot y = 18 \\ 6 \cdot x - 5 \cdot y = 13 \\ \text{solve}(5 \cdot x + 3 \cdot y = 18, y) \\ y = \frac{-(5 \cdot x - 18)}{3} \\ 6 \cdot x - 5 \cdot y = 13 \mid y = \frac{-(5 \cdot x - 18)}{3} \\ \frac{43 \cdot x}{3} - 30 = 13 \\ \text{solve}\left(\frac{43 \cdot x}{3} - 30 = 13, x\right) \\ x = 3 \\ 5 \cdot x + 3 \cdot y = 18 \mid x = 3 \\ 3 \cdot y + 15 = 18 \\ \text{solve}(3 \cdot y + 15 = 18, y) \\ y = 1 \end{array}$
Dann löse ich diese Gleichung nach x auf. Das Ergebnis setze ich in die erste Gleichung ein und löse nach y auf.	

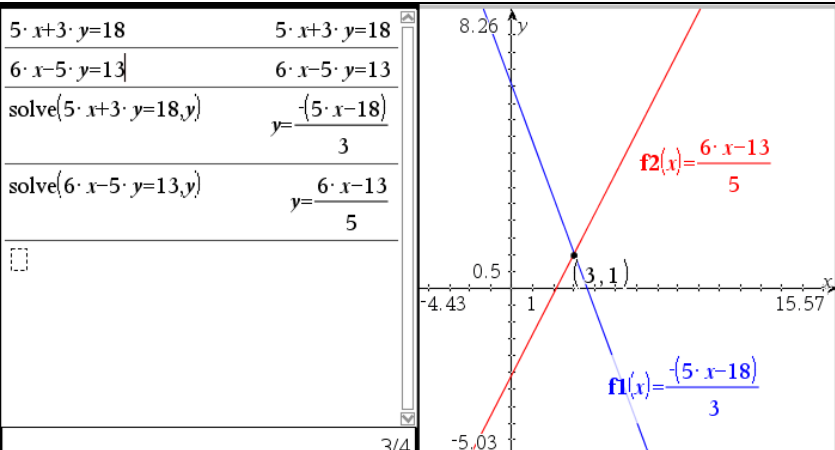
## Komparationsmethode

Deutsch	Mathematik
Ich löse beide Gleichungen nach y auf.	$\begin{array}{l} 5 \cdot x + 3 \cdot y = 18 \\ 6 \cdot x - 5 \cdot y = 13 \\ \text{solve}(5 \cdot x + 3 \cdot y = 18, y) \\ y = \frac{-(5 \cdot x - 18)}{3} \\ \text{solve}(6 \cdot x - 5 \cdot y = 13, y) \\ y = \frac{6 \cdot x - 13}{5} \\ \frac{-(5 \cdot x - 18)}{3} = \frac{6 \cdot x - 13}{5} \\ \frac{-(5 \cdot x - 18)}{3} = \frac{6 \cdot x - 13}{5} \\ \text{solve}\left(\frac{-(5 \cdot x - 18)}{3} = \frac{6 \cdot x - 13}{5}, x\right) \\ x = 3 \end{array}$
Dann setze ich die rechten Seiten gleich	
Nun löse ich diese Gleichung nach x auf.	

## Additionsmethode

Deutsch	Mathematik
Um gleiche Koeffizienten bei y zu erhalten, multipliziere ich die erste Gleichung mit 5 und die zweite Gleichung mit 3. Ausmultiplizieren erfolgt durch "expandieren" Nun addiere ich die beiden Gleichungen (wichtig! Gleichungen in Klammern setzen) Dann wird diese Gleichung nach x aufgelöst, usw.	$\begin{array}{l} 5 \cdot x + 3 \cdot y = 18 \\ 6 \cdot x - 5 \cdot y = 13 \\ (5 \cdot x + 3 \cdot y = 18) \cdot 5 \\ (6 \cdot x - 5 \cdot y = 13) \cdot 3 \\ \text{expand}(5 \cdot (5 \cdot x + 3 \cdot y) = 90) \\ \text{expand}(3 \cdot (6 \cdot x - 5 \cdot y) = 39) \\ (25 \cdot x + 15 \cdot y = 90) + (18 \cdot x - 15 \cdot y = 39) \\ 43 \cdot x = 129 \\ \text{solve}(43 \cdot x = 129, x) \\ x = 3 \end{array}$

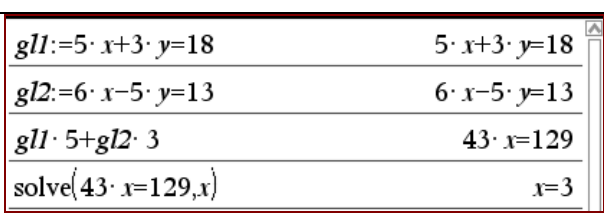
**Graphische Methode**

Deutsch	Mathematik
<p>Ich löse beide Gleichungen nach y auf und zeichne die Graphen der zugehörigen linearen Funktionen.</p> <p>Dann suche im Graphikfenster den Schnittpunkt dieser beiden linearen Funktionen</p>	

**Didaktischer Kommentar:**

Durch Speichern der Gleichungen unter einem bestimmten Namen („g1“ und „g2“) kann man nun die ganzen Operationen anstatt mit den Gleichungstermen mit ihren Namen ausführen. Diese Reduktion der Komplexität unterstützt die Konzentration auf die Planung der Lösungsstrategien.

**Additionsmethode durch Operieren mit den Namen der Gleichungen**

Deutsch	Mathematik
<p>Ich speichere die Gleichungen unter den Namen „g1“ und „g2“.</p> <p>Dann multipliziere ich die erste Gleichung mit 5 und die zweite mit 3 und addiere diese Gleichungen.</p> <p>Danach löse ich diese Gleichung nach x auf</p>	

Sehr gute Schülerinnen und Schüler werden die einzelnen Teilschritte vielleicht sogar zusammenfassen:

Deutsch	Mathematik
	