

Thema: Kleine Lösungsformel

Gertrud Aumayr

☒ TI-Nspire™ CAS

Schlagworte: Kleine Lösungsformel, quadratische Ergänzung, quadratische Funktion, Nullstellen, Scheitelpunkt

Schülermaterial:

Arbeitsauftrag:

Gegeben ist die quadratische Gleichung in normierter Form $x^2 + p \cdot x + q = 0$.

- Die Lösung dieser Gleichung kann als Aufsuchen der Nullstellen einer Funktion aufgefasst werden. Welche Funktion ist gemeint?
- Forme den Funktionsterm durch Ergänzung auf ein vollständiges Quadrat um. (Falls du dabei Hilfe brauchst, verwende am Rechner `completeSquare(x2 + p·x + q, x)` und erkläre im Anschluss das Ergebnis)
- Durch welche Verschiebung geht die Funktion aus der Grundparabel hervor? Gib den Scheitelpunkt an.
- Zeichne nun die Funktion. Verwende für p und q Schieberegler.
- Experimentiere mit dem Schieberegler. Welche Lösungsvarianten sind möglich und wie hängen sie mit der Lage des Scheitelpunktes zusammen?
- Gehe aus von der Gleichung $\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \frac{p^2}{4} + q = 0$ und forme sie um, sodass du eine Lösungsformel für x erhältst.
- Wo in der Lösungsformel finden sich die Koordinaten des Scheitelpunktes wieder?
- Gib die Symmetrieachse des Graphen der quadratischen Funktion an.
- Woran erkennst du in der Lösungsformel sofort, welche Lösungsvariante vorliegt? Verwende in deiner Antwort das Wort Diskriminante. (Diskriminante einer quadratischen Gleichung in normierter Form ist der Ausdruck $\frac{p^2}{4} - q$)



Didaktischer Kommentar:

Die Aufgabe soll dazu dienen, dass SchülerInnen mit dem Lösen einer Gleichung ein Bild eines Graphen verbinden und daraus relativ einfach die Lösungsvarianten nennen können.

Grundsätzlich wäre es wünschenswert, dass die SchülerInnen die quadratische Ergänzung selber finden. Ist dies nicht der Fall, kann der Befehl `completeSquare` zunächst als Black Box verwendet werden. Man sollte aber im Anschluss auf jeden Fall verlangen, dass die SchülerInnen herausfinden, was in dieser Black Box gemacht wurde.

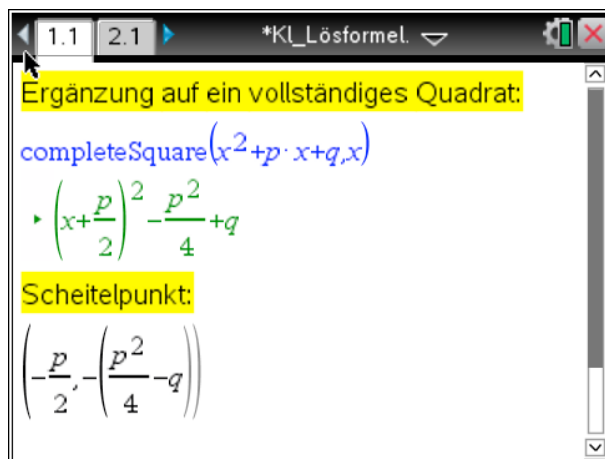
Das Bewusstmachen des Zusammenhanges zwischen Scheitelpunkt, Symmetrieachse der Funktion und Lösungsformel soll helfen, dass es nicht notwendig ist diese Formel (in

wikipedia auch „Mitternachtsformel“ genannt – alle SchülerInnen sollen die Formel können auch frisch aufgeweckt um Mitternacht) völlig inhaltsleer auswendig zu lernen.

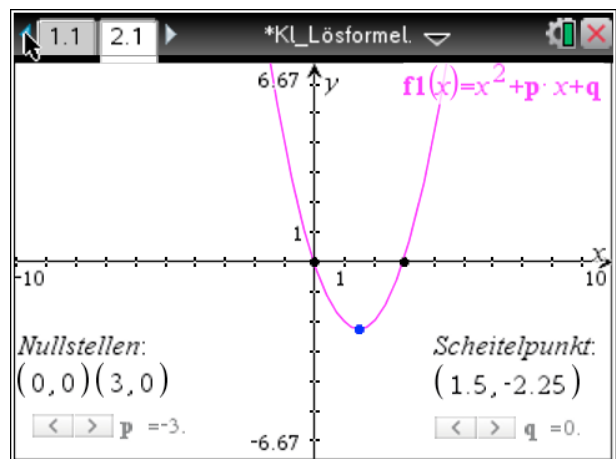
Vorschlag zur Umsetzung:

Mögliche Screenshots:

1)

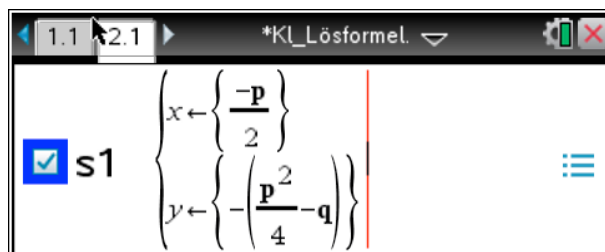


2)



Technologiehilfe:

Der Scheitelpunkt wurde hier als Scatterplot eingegeben. Da ein Scatterplot eine Liste verlangt wurden die Werte in geschwungene Klammer gesetzt.



Grundsätzlich kann auch das mitgelieferte .tns – File zum Experimentieren verwendet werden.