Verstehensorientierter Unterricht mit Blick auf die neue Reifeprüfung in Österreich

Gertrud Aumayr

„Aufgaben zum Lernen“ sollten sich deutlich von „Aufgaben zum Leisten“ unterscheiden. Während bei „Aufgaben zum Lernen“ Motivation durch spannende Aufgaben, explorativer Umgang mit eigenen Fehlern, Entdecken von eigenen Lösungswegen, Kooperation und Kommunikation im Fokus stehen können, orientieren sich „Aufgaben zum Leisten“ auf Fehlervermeidung, Einzelleistung und Auswertbarkeit. Die Reaktion auf die neue Reifeprüfung in Österreich kann daher nicht ein reines Training von Multiple Choice Aufgaben sein. Technologie spielt bei den „Aufgaben zum Lernen“ eine hervorzuhebende Rolle. Schüler nützen dieses Werkzeug zum Experimentieren, d. h. sie variieren gezielt Größen und beobachten die Auswirkungen ihres Handelns, zum Exaktifizieren und zum Anwenden.

Im Folgenden werden spannende „Aufgaben zum Lernen“ vorgestellt und Verbindungen zu bereits veröffentlichten Musteraufgaben der zentralen Reifeprüfung hergestellt. Die Ausarbeitungen erfolgen mit TI-Nspire™.

1. Einleitung

Eine große Gefahr durch die neue Reifeprüfung besteht darin, dass sich der Unterricht verändert hin zum Eintrainieren von Prüfungsaufgaben, insbesondere der Multiple Choice Aufgaben, die im Teil 1 der neuen Reifeprüfung in Österreich vorgesehen sind. Ein reines Training dieser Aufgaben wird aber weder das Verständnis bzw. die Freude und das Interesse der Schüler an der Mathematik fördern, noch wird es die Begeisterung der Lehrer am Unterrichten vergrößern.

Wichtig ist daher, sich bewusst zu machen, dass Aufgaben, mit denen Kompetenzen besonders gut überprüft werden können, nicht gleichzusetzen sind mit Aufgaben, mit denen Kompetenzen besonders gut erworben werden können (vgl. Büchter & Leuders 2005).

Aufgaben für das Leisten	Aufgaben für das Lernen
Leistungserwartung	Neugier, Entdecken, exploratives Arbeiten
Fehlervermeidung	Lernen aus Fehlern
Einzelleistung & Auswertbarkeit	Kooperation & Kommunikation
produktorientiert	prozessorientiert
nur begrenzte Kontexte möglich	anwendungsorientierte Aufgaben

Wie unterrichtet man „verstehensorientiert“?

- Ziel ist, dass Lernende tragfähige und vielfältige Vorstellungen mathematischer Begriffe entwickeln
- Vermeidung von Fehlvorstellungen
- Keine „Gib-mir-die-Formel-Haltung“!
- Mehr Wertschätzung für verständiges Umgehen mit mathematischen Begriffen als für reine Anwendung von Regeln.

2. Beispiele für verstehensorientierten Unterricht

Als Beispiel für verstehensorientierten Unterricht werden quasi als Lernlinie zum Thema Wachstumsfunktionen Aufgaben zu diesem Thema mit TI-Nspire™ vorgestellt, die in unterschiedlichen Klassenstufen bearbeitet werden können. Am Ende steht ein freigegebenes Beispiel der Reifeprüfung aus 2014.

Gleichzeitig wird versucht Verbindungen zu anderen Themen des Lehrplans herzustellen, indem bereits früh Vorbereitungen für die Begriffsbildung, das Verständnis bzw. die Einsicht der Nützlichkeit einzelner mathematischer Objekte gelegt werden, konkret für Differenzenquotient und Integralrechnung.

2.1 Neugier wecken durch erstaunliche Ergebnisse

„Die Neugier steht immer an erster Stelle eines Problems, das gelöst werden will.“ (Galileo Galilei)

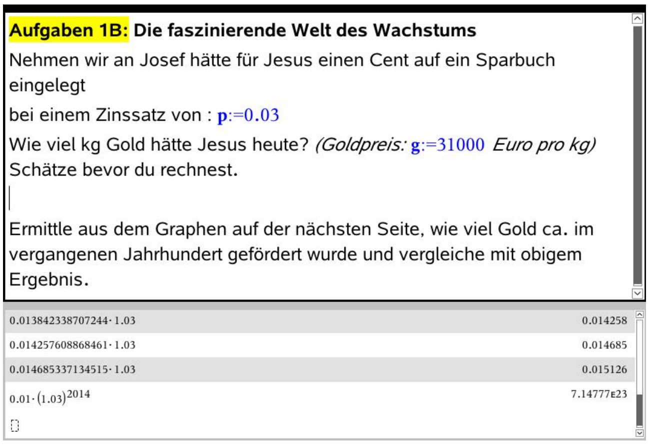


Abb. 1

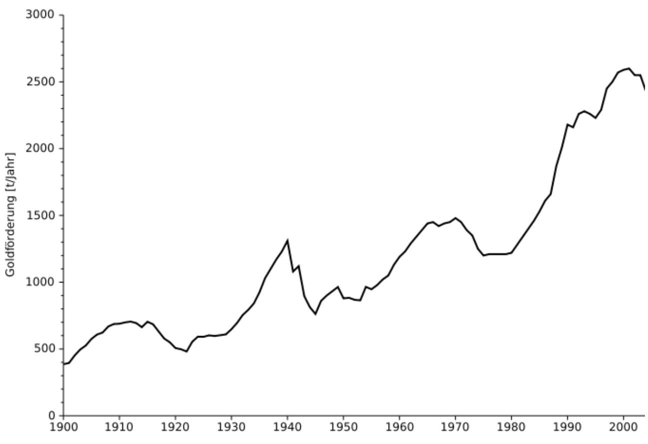


Abb. 2

Die Aufgabenstellung „Wie viel Gold wurde ca. im vergangenen Jahrhundert gefördert?“ bietet die Möglichkeit, dass sich die Schüler mit einem Problem der Integralrechnung schon sehr früh beschäftigen (Abbildung 2 siehe http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Gold_-_Trend_Gewinnung.svg).

Aufgaben 2: Die faszinierende Welt des Wachstums *[nach Herget 2013]*

Wir verfolgen den Graphen der Funktion $y=e^x$.

Wir wollen den Graphen auf ein A4 – Blatt zeichnen, richten die y – Achse nach Norden aus. Schnell verläßt der Graph das Blatt.

Stell dir nun vor der Graph läuft entlang der Erdoberfläche über den Nordpol, weiter zum Südpol und wieder zurück zu uns. Trifft er wieder auf unser Blatt – wie weit entfernt von unserem Koordinatenursprung passiert uns der Graph? (A4 Format 29,7 mal 21 cm)

– Schätze zunächst und zeichne dann auf der nächsten Seite den zurückkehrenden Graphen ein. *(Erdumfang 40000km)*

–Lass nun den Graphen mehrfach um die Erde reisen.

Abb.3

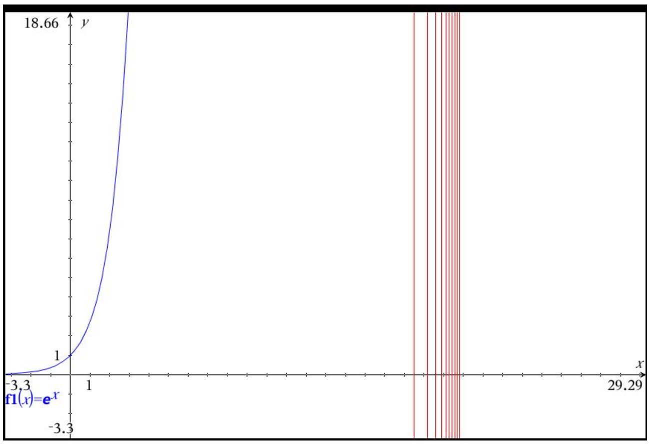
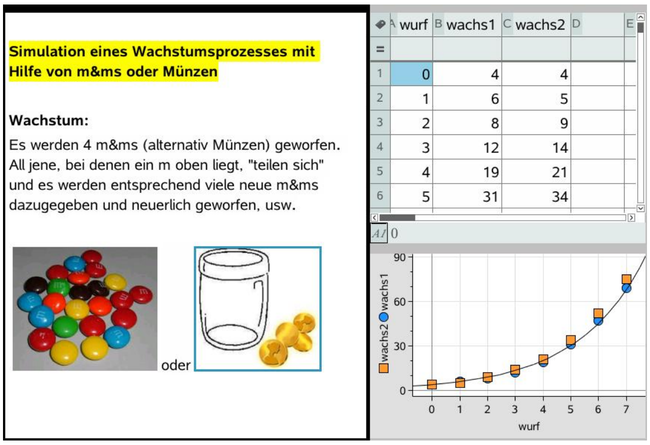


Abb. 4

2.2 Experimentelles Entdecken

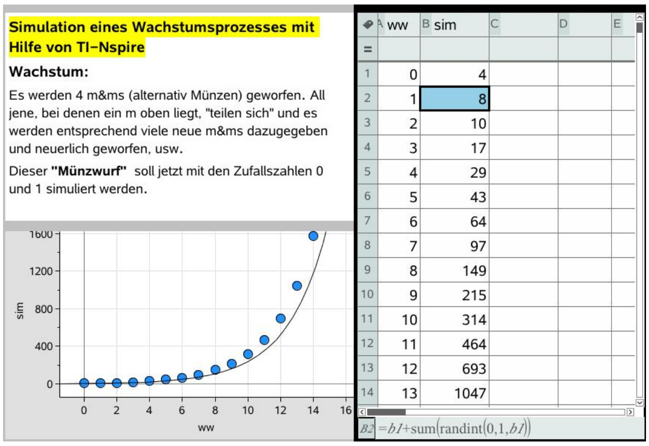
„I don´t love studying. I hate studying. I like learning. Learning ist beautiful.“ (Natalie Portman)



wurf	wachs1	wachs2
0	4	4
1	6	5
2	8	9
3	12	14
4	19	21
5	31	34

Abb. 5

Experimente mit eigenen Händen durchzuführen wirkt motivierend. Das oftmalige Wiederholen des Experiments kann dann an die TI-Nspire™ Technologie ausgelagert werden. Dabei können die Ergebnisse des Experiments mit den mathematischen Modellen verglichen werden.



ww	sim
0	4
1	8
2	10
3	17
4	29
5	43
6	64
7	97
8	149
9	215
10	314
11	464
12	693
13	1047

Abb.6

2.3 Anwenden

„Es gäbe die Mathematik nicht, wäre sie nicht anwendbar.“ (Helmut Heugl)

Als mögliche Anwendung wurde hier „Wachstum mit Störung gewählt“ (Schuldentilgung, Abschussquote, Fangquote). Sehr schöne Anwendungsbeispiele dazu findet man in Heugel, H. (2014): *Mathematikunterricht mit Technologie*; Veritas.

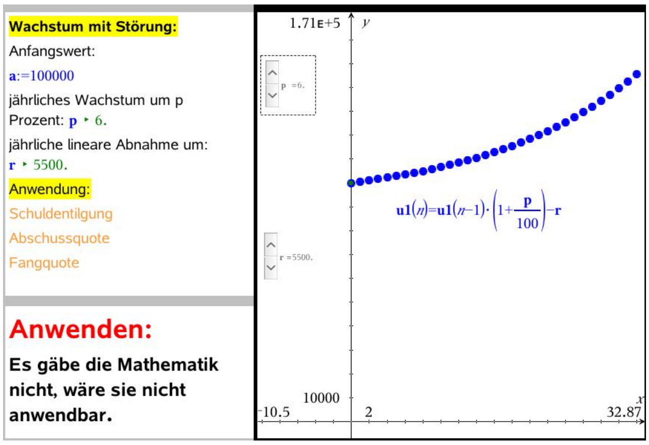


Abb.7

Obiges Modell kann man anschließend etwa verwenden um über die Staatsschulden zu diskutieren.

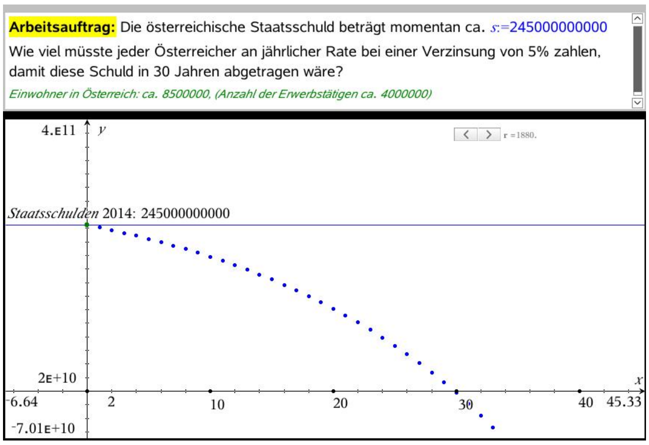


Abb.8

Modelle sollten immer mit der Realität verglichen werden. Daher könnte ein weiterer Arbeitsauftrag lauten:

- Finde ein passendes Modell für den Anstieg der österreichischen Staatsschulden.
- In welchen Intervallen passen die Modelle gut?

Es könnte eventuell fächerübergreifend mit dem Fach „Politischer Bildung“ besprochen werden, wodurch der Schuldenberg Österreichs grundsätzlich beeinflusst wird bzw. welche Maßnahmen dazu geführt haben, dass er sich wie unten im Diagramm gezeigt entwickelt hat. (Graphik aus diepresse.com)

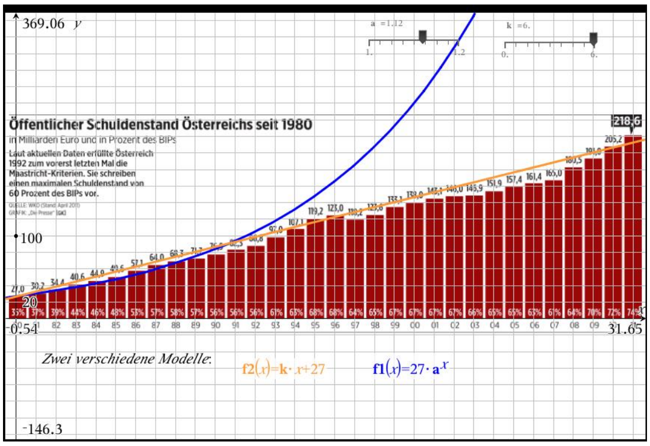


Abb.9

Die Aufgabenstellung könnte lauten:

- Berechne für den Zeitraum 1980 bis 2010 den Schuldenzuwachs pro Jahr.
- Berechne für den Zeitraum 1980 bis 2010 den Schuldenzuwachs pro Sekunde.

bietet die Möglichkeit eine Vernetzung zur Differentialrechnung zu knüpfen und den Begriff Differenzenquotient zu besprechen.

3. Überprüfung der erworbenen Kompetenzen

Ziel eines verstehensorientierten Unterrichtes sollte es sein, dass die Schülerinnen und Schüler jene Kompetenzen erwerben, die für die Reifeprüfung notwendig sind, ohne den Unterricht in reines Training von Prüfungsaufgaben zu verwandeln.

Exemplarisch wird hier eine freigegebene Typ - 1 Aufgabe angeführt:

Aufgabe 10

Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reifeprüfung Mathematik 9. Mai 2014 Teil-1-Aufgaben

Wachstum

Die Funktion f beschreibt einen exponentiellen Wachstumsprozess der Form $f(t) = c \cdot a^t$ in Abhängigkeit von der Zeit t.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie für $t = 2$ und $t = 3$ die Werte der Funktion f!

t	$f(t)$
0	400
1	600
2	$f(2)$
3	$f(3)$

$f(2)$ = ______________________

$f(3)$ = ______________________

Abb.10

Das Beispiel stammt aus „Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reifeprüfung Mathematik“, Teil-1-Aufgaben (bifie 9. Mai 2014).

4. Hilfreiche Materialien für den Unterricht mit Technologie

T³ Österreich ist bemüht jene Lehrer zu unterstützen, die Ihren Unterricht mit Technologie neu gestalten wollen. Dazu hat ein Autorenteam Aufgabenbeispiele als Begleitung zum Lehrplan bereitgestellt. Die Aufgaben für die 9. Schulstufe stehen bereits online zur Verfügung. (http://www.t3oesterreich.at/index.php?id=215)

Zusätzlich bietet T³ Österreich Workshops an, die in einem Art Baukastensystem zusammengefügt werden können und daher individuell an die Bedürfnisse der einzelnen Schulen angepasst werden können.

Mögliche Bausteine:

- TI-Nspire™ Technologie - die verschiedenen Werkzeugarten an Beispielen
- Didaktik des technologiegestützten Mathematikunterrichtes
- Aufgaben zum Lernen – Aufgaben zum Leisten
- Die Rolle der Technologie beim Erlernen und Festigen von Grundkompetenzen für die Reifeprüfung
- Nutzen, Verknüpfen und Entwickeln von Modulen
- Wachstumsprozesse mit Differenzengleichungen
- Analytische Geometrie (inkl. 3D)
- Trigonometrie – periodische Prozesse
- Differentialrechnung verstehensorientiert
- Integralrechnung verstehensorientiert
- Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung mit Technologie
- Kann dies Zufall sein? Verschiedene diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen
- Stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen
- TI-Nspire™ in der 9. Schulstufe

Kontakt
Mag. Gertrud Aumayr, 3100 St. Pölten (A)
gertrud.aumayr@t3oesterreich.at
T³ Österreich, KPH Wien/Krems

Literatur

BÜCHTER, A.; LEUDERS, T. (2005): *Standards für das Leisten brauchen Aufgaben für das Lernen!*; in: PM - Praxis der Mathematik in der Schule, 47 (2), S. 40-41.

HERGET, W.; MERZIGER, P. (2013): *Vom Staunen zum Lernen*; in: Zeitschrift mathematiklehren , 181, S. 4-11.

HEUGL, H. (2014): *Mathematikunterricht mit Technologie*; Veritas

BIFIE (2014): *Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reifeprüfung Mathematik*, 9. Mai 2014, Teil – 1- Aufgaben; siehe https://www.bifie.at/node/2633