

Massentestverfahren bei Hühnern

Ein Massentest zeigt bei kranken Hühnern die Krankheit in 80 % der Fälle korrekt an; bei gesunden Tieren aber reagiert der Test in 5 % der Fälle falsch, d.h. er zeigt eine Krankheit an, obwohl die Hühner gesund sind. Man schätzt, dass in einem Gebiet 10 % der Hühner erkrankt sind. Welche Konsequenzen hat das?

Problemfelder

- 1) Ein Tier wird durch den Test als krank bezeichnet. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es trotzdem gesund ist? Experimentiere zur Beantwortung dieser Frage mit der Tabellenkalkulation und erstelle ein geeignetes Baumdiagramm bzw. eine Vier-Felder-Tafel.
- 2) Der Anteil der erkrankten Hühner hat sich in einem Land verändert. Berechne deshalb die Wahrscheinlichkeit, indem du den Anteil der erkrankten Hühner zwischen 1 % und 20 % variiert. Trage die berechneten Werte in eine geeignete Tabelle ein und werte diese grafisch aus. Wie kannst du die Tabelle bzw. den Graphen interpretieren?
- 3) Vor kurzem ging die Krankheit namens **BSE** („Rinderwahnsinn“) durch die Schlagzeilen. Recherchiere im Internet. Ermittle absolute Zahlen (kranke Tiere und gesamter Viehbestand) für Großbritannien und Deutschland. Wie zuverlässig sind die verwendeten Testmethoden?

Analyse

- Aufgabenteil 1) ist analog zur ersten Aufgabe zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten zu lösen (China im Fieberwahn, vgl. Seite 34, 35). Die vorliegende Problemstellung eignet sich als Wiederholungsaufgabe. Es sind wiederum ein Baumdiagramm bzw. eine Vier-Felder-Tafel mit lediglich anderen Zahlenvorgaben zu erstellen.
- In 2) erlaubt CellSheet™ durch die Erstellung von Listen mit Bezügen eine vergleichende Darstellung unterschiedlicher zeitlicher (oder auch räumlicher) Stadien der Krankheit. Die sich verändernden Werte werden in Listen (vgl. Bild 1-5) erfasst und können daraufhin direkt mit Hilfe eines Diagramms in CellSheet™ dargestellt werden (Bild 6) oder für eine genauere Analyse auch exportiert und weiterverarbeitet werden. Diese Problemstellung eignet sich als Vertiefungsaufgabe.
- Teil 3) gestattet die Einbettung eigener Rechercheergebnisse in den erarbeiteten, gesicherten mathematischen Rahmen. Die sehr unterschiedlichen Zahlen für GB bzw. D bieten einen Anreiz zur Diskussion über Voraussetzungen und Zuverlässigkeit von realen Testreihen.

Rechenblatt in CellSheet™ (TI-83)

BAYH	A	B	C
4	PROZK	KRANKH	POS
5	.01	.13913	
6	.02	.24615	
7	.03	.33103	
8	.04	.4	
9	.05	.45714	
B9: =F9/(F9+E9)			

Bild 1

BAYH	A	B	C
10	.06	.50526	
11	.07	.54634	
12	.08	.58182	
13	.09	.61277	
14	.1	.64	
15	.11	.66415	
B15: =F15/(F15+E15)			

Bild 2

BAYH	A	B	C
16	.12	.68571	
17	.13	.70508	
18	.14	.72258	
19	.15	.73846	
20	.16	.75294	
21	.17	.7662	
B21: =F21/(F21+E21)			

Bild 3

BAYH	A	B	C
20	.16	.75294	
21	.17	.7662	
22	.18	.77838	
23	.19	.78961	
24	.2	.8	
25			
A24: =A23+.01			

Bild 4

BAYH	D	E	F
4	GES	GEPOS	KRPOS
5	.99	.0495	.008
6	.98	.049	.016
7	.97	.0485	.024
8	.96	.048	.032
9	.95	.0475	.04
E5: =D5*.05			

Bild 5

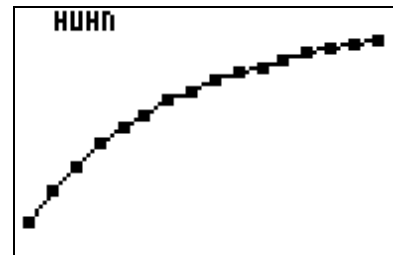


Bild 6

Hinweise

- Auf die Darstellung des Baumdiagramms sowie der Vier-Felder-Tafel wurde verzichtet (vgl. China im Fieberwahn, S. 34, 35)
- Die Bilder 1-4 zeigen die Variation des Anteils der erkrankten Hühner zwischen 1% und 20 %. In Spalte B wird jeweils die zugehörige bedingte Wahrscheinlichkeit dafür berechnet, dass ein positiv getestetes Huhn tatsächlich krank ist: $P(krank | Test +)$.

Bild 5 zeigt die hierfür benötigten Nebenrechnungen: Einerseits ergibt sich aus dem Prozentsatz der gesunden Hühner (D) die Wahrscheinlichkeit für die positiv getesteten gesunden Hühner (E). Andererseits berechnet man mit Hilfe des jeweiligen Prozentsatzes der kranken Hühner (A) die Wahrscheinlichkeit für die positiv getesteten kranken Hühner (F).

Damit ergibt sich z. B. für die erste Zeile in Spalte B:

$$P(krank | Test+) = \frac{F5}{F5 + E5} = \frac{0,1 \cdot 0,8}{0,1 \cdot 0,8 + 0,99 \cdot 0,05} \approx 0,14$$

- Bild 6 zeigt die Wahrscheinlichkeit, dass ein positiv getestetes Huhn wirklich krank ist, in Abhängigkeit vom Prozentsatz der erkrankten Hühner an der Gesamtpopulation. Hieraus ergibt sich z. B. die Frage der Existenz eines Grenzwertes und seiner praktischen Bedeutung.
- Die Darstellung mit TI-89/92/Voyage 200 unterscheidet sich lediglich durch die bessere Übersichtlichkeit.