<u>HORNER-Schema</u>

Das Hornerschema ist ein altes mathematisches Verfahren, dessen Stellenwert in den letzten Jahren scheinbar zurückgegangen ist. Durch Einsatz moderner Computer-Algebra-Systeme und graphischer Systeme sind Nullstellen heute in fast beliebiger Genauigkeit schnell bestimmbar. Dennoch führt die Erkundung dieses Verfahrens zu wichtigen mathematischen Erkenntnissen.

Eine Möglichkeit zur Berechnung von Funktionswerten bei

- Batterieknappheit
- Kopfrechenschwäche
- Chipinfarkt

<u>Problemfelder</u>

1) Die Funktion $f(x) = 0{,}2x^3 - 0{,}3x^2 - 1{,}2x + 2$ fällt vom Himmel. Daneben liegt folgende Notiz:

0												
<u>+0,2</u>												
+0,2	→	·3	→	+0,6								
				<u>–0,3</u>								
				+0,3	→	·3	→	+0,9				
								<u>–1,2</u>				
								–0,3	→	·3	→	–0,9
AHA! f(3) = 1,1.												<u>+2,0</u>
												+1,1

Was bedeutet die Notiz? Stimmt die Aussage links unten? Wie funktioniert der Trick?

2) Das oben angegebene Rechenschema heißt nach seinem Erfinder HORNER-Schema. Setze es mit Hilfe einer Tabellenkalkulation um.
3) Variiere dein Programm:
   a) Vereinfache die Eingabe unterschiedlicher Koeffizienten.
   b) Erweitere das Schema so, dass die Eingabe von Polynomen bis zum 5. Grad möglich wird. Teste die Funktionsfähigkeit deines Programms mit $p(x) = 3x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 5x + 6$.

<u>Analyse:</u>

- Kern des Problems ist es zu durchschauen, warum das Schema funktioniert und wo die Potenzen von x „geblieben“ sind. Hierzu ist CellSheet™ nicht notwendig.
- Alternativ kann auch statt obiger Notiz ein CellSheet™-Rechenblatt vorgegeben werden, das die Schüler dann analysieren und optimieren sollen.

Rechenblatt in CellSheet™ (TI-83)

HORN	B	C	D
1			
2		X^5	X^4
3	KOEFF	0	3
4	X0		
5	4		0
6		0	3
D5: =B5*C6			

Bild 1

HORN	E	F	G
1			
2	X^3	X^2	X^1
3	-4	-2	5
4			
5	12	32	120
6	8	30	125
E6: =E3+E5			

Bild 2

HORN	G	H	I
2	X^1	X^0	
3	5	6	
4			
5	120	500	
6	125	506	F(X0)
7			
H6: =H3+H5			

Bild 3

Hinweise

- Beim Programmieren bietet es sich an, zunächst obige Funktion zu bearbeiten, dann in einem zweiten Schritt den Wert x_0 einzuführen, so dass auch andere Funktionswerte berechnet werden können.
- Weiterhin können die Koeffizienten in spezielle Felder geschrieben werden, auf die dann Bezug genommen wird, so dass ohne Umprogrammierung auch andere (höhere) ganzrationale Funktionen bearbeitet werden können. Die Rolle der Koeffizienten wird dabei in den Vordergrund gerückt, insbesondere die Bedeutung des Koeffizienten 0.
- Die Umsetzung mit TI-89/92/Voyage 200 verläuft analog.