

Teebeutelweitwurf - Quadratische Funktionen/Regression

Ein Teebeutel wird bei einer „Veranstaltung“ in Ostfriesland geworfen. Mit einer Digitalkamera werden verschiedene Phasen des Wurfes festgehalten und anschließend in einem Koordinatensystem ausgewertet. Man findet folgende Messwerte heraus:

Weite	1	2	3	4	5	6	8	10	20
Höhe	1,6	2,1	2,6	3	3,5	3,9	4,5	5	5

Nachdem der Teebeutel zunächst steigt, sinkt er irgendwann wieder. Wie weit ist er geflogen, wenn er auf dem Boden aufkommt? Hätte man ihn steiler oder flacher werfen sollen, um eine größere Weite zu erzielen?

Problemfelder:

- 1) Stelle den Datenplot mit Hilfe von CellSheet™ dar.
- 2) Erstelle eine Funktion f der Form $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ in der Tabelle mit den drei Parametern a , b , c . Gib die Parameter separat an, so dass man sie in eine Kalkulation einbeziehen kann. Vergleiche die Werte von $f(x)$ mit den realen Werten aus der obigen Tabelle.
- 3) Verändere die Parameter so, dass der Fehler möglichst gering wird.
- 4) Untersuche die „quadratische Abweichung“ der praktischen und theoretischen Werte. Für welche Werte von a , b , c wird die Summe dieser Fehler am kleinsten?
- 5) Untersuche die quadratische Regression zu den Daten und vergleiche mit deinen Werten aus 4).
- 6) Wie weit fliegt der Teebeutel? Gibt es eine optimale Wurfstrategie?

Experimentiere mit Hilfe der Tabellenkalkulation und beantworte die Fragen auch unter zu Hilfenahme entsprechender Grafiken.

Analyse:

Aus der Physik ist bekannt, dass sich der Körper auf einer Wurfparabel bewegt. Diese Parabel kann allgemein durch die angegebene Funktion f beschrieben werden, wobei bekannt ist, dass der Öffnungsfaktor negativ sein muss.

Rechenblatt in CellSheet™ (TI-89/92/Voyage 200)

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
File	Plot	Edit	Funcs	Stat	ReCalc		
tee	A	B	C	D	E	F	
2	-0.015	1	1.6	1.485	.115		
3	b=	2	2.1	1.94	.16		
4	.5	3	2.6	2.365	.235		
5	c=	4	3	2.76	.24		
6	1	5	3.5	3.125	.375		
7		6	3.9	3.46	.44		
8		8	4.5	4.04	.46		
D2: =SA\$2*(B2)^2+SA\$4*B2+SA\$5...							

Bild 1

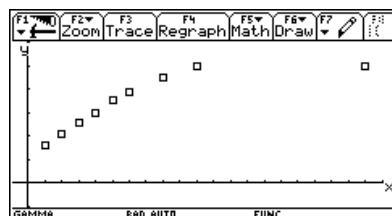


Bild 2

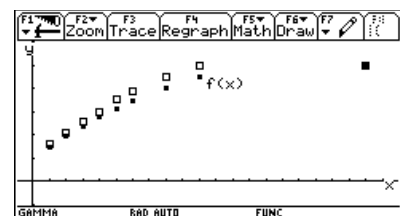


Bild 3

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
File	Plot	Edit	Funcs	Stat	ReCalc		
tee	A	B	C	D	E	F	
2	-0.02	1	1.6	1.58	-0.02		
3	b=	2	2.1	2.12	-0.02		
4	.6	3	2.6	2.62	-0.02		
5	c=	4	3	3.08	-0.08		
6	1	5	3.5	3.5	0.		
7		6	3.9	3.88	-0.02		
8		8	4.5	4.52	-0.02		
E5: =C5-D5							

Bild 4

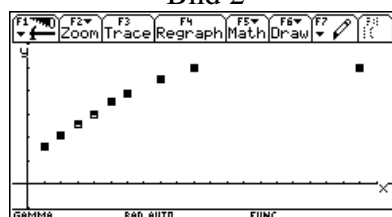


Bild 5

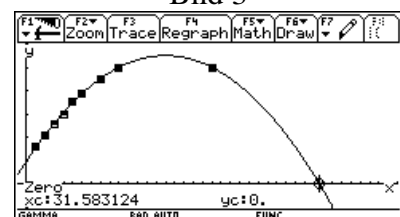
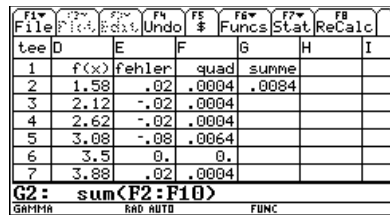


Bild 6



F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
File	Plot	Edit	Undo	FE	Funcs	Stat	ReCalc
tee	D	E	F	G	H	I	
1	f(x)	fehler	quad	summe			
2	1.58	.02	.0004	.0004			
3	2.12	-.02	.0004				
4	2.62	-.02	.0004				
5	3.08	-.08	.0064				
6	3.5	0.	0.				
7	3.88	.02	.0004				
G2: sum(F2:F10)							

Bild 7

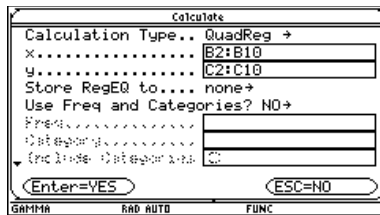


Bild 8



F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
File	Plot	Edit	Undo	FE	Funcs	Stat	ReCalc
tee	D	E	F	G	H	I	
1	f	a	=-.01993				
2	b	=.59933					
3	c	=.988199					
4	R^2	=.999424					
5							
6							
7							
G2: sum(F2:F10)							

Bild 9

Hinweise

Will man ganze Bereiche kopieren, muss man diese Bereiche vorher definieren. Der Bereich, in den kopiert werden soll, muss die selbe Dimension haben! Das Kopieren lässt sich dann mit Hilfe der HotKeys (Diamant C, Diamant V) einfach durchführen.

Bei der Variation der Variablen wird die Tabelle immer sofort wieder neu berechnet. Dies kann im Format-Menü (Diamant F) unterdrückt werden, in dem man Autocalc auf No einstellt. Verändert man die Parameter, so muss man dann mit F8 die Tabelle neu berechnen lassen! Die Grafiken werden auch nicht automatisch aktualisiert, man muss jedes Mal im F2-Plot Menü die Grafik kurz mit F1 neu bestätigen. Dies liegt daran, dass zur Erstellung der Grafik nur die Daten gespeichert werden und nicht die zugehörigen Formeln.

Die Bestimmung der quadratischen Regression kann innerhalb des Rechenblattes von CellSheet™ berechnet werden. Vertiefungen zur Regression bedürfen der Grundkenntnisse der Analysis, da sie den quadratischen Fehler minimisieren. Dabei muss man schließlich ein System von drei Gleichungen mit den drei Variablen a, b und c lösen, das dann auf die Werte führt, die vom Rechner in der Regressionsanalyse ausgegeben werden.

Das Problem lässt sich gut in Partnerarbeit bearbeiten. Man sollte anregen, die Parameter gezielt zu variieren, d.h., dass man zunächst zwei Parameter „festsetzt“ und einen variiert. Dadurch können reale Phänomene gut aufgezeigt werden.

Zu Optimierung der Grafiken können die Schülerinnen und Schüler das Rechenblatt in der Schule oder zu Hause mittels des Programms *TI CellSheet Konverter™* in Excel™ exportieren und sich dort geeignet darstellen lassen.

Die Suche nach einer optimalen Parabel muss natürlich sinngemäß eingeschränkt werden, da sonst bei a=0 und b=0 eine Parallele zur x-Achse entsteht, d.h. der Stein nicht mehr auf die Erde kommt! Hier kann über den Modellierungsaspekt sinnvoll nachgedacht werden.

Die Realisation auf dem TI-83 Plus ist sehr ähnlich und unterscheidet sich kaum.