

## Thema: Äquivalenz von Termen

Helmut Heugl

☒ TI-Nspire™ CAS

Schlagworte: Äquivalenz, Termumformung, factor, expand, Teststrategien

## Schülermaterial:

### Aufgabe

Gegeben sind die folgenden Terme:

$$T_1(x) = \frac{x}{x-1} + \frac{x+1}{x}$$

$$T_2(x) = \frac{x}{x+1} + \frac{x-1}{x}$$

$$T_3(x) = 2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$$

$$T_4(x) = \frac{2x^2 - 1}{x \cdot (x+1)}$$

$$T_5(x) = \frac{7}{x+1} - \frac{10}{x} + 3$$

$$T_6(x) = \frac{3x^2 - 10}{x \cdot (x+1)}$$

- Untersuche, ob die folgenden Terme äquivalent sind und führe bei äquivalenten Termen die Umformungen händisch aus. Verwende verschiedene Teststrategien und beschreibe sie.
- T<sub>2</sub> und T<sub>6</sub> sind nicht äquivalent. Gibt es Werte für x, so dass T<sub>2</sub>(x) = T<sub>6</sub>(x)? Versuche eine Antwort durch händisches Rechnen und mit Hilfe des CAS-Werkzeugs

✂

## Didaktischer Kommentar:

Ziele dieser Aufgabe sind:

- Strukturerkennungskompetenz
- Händische Rechenkompetenz
- Anwendung von Teststrategien

Verwendet man Technologie als Kontrollwerkzeug, gibt es verschiedene Strategien zur Überprüfung der Äquivalenz:

- Nutzen der Vereinfachungen bei der Termeingabe
- Terme mit „expand“ und „factor“ verändern
- Gleichsetzen von Termen:  $T_1(x) = T_2(x)$
- Quotient von Termen:  $\frac{T_1(x)}{T_2(x)}$
- Differenz von Termen:  $T_1(x) - T_2(x)$

# CAS – Projekt T<sup>3</sup> Österreich



## Technologie:

CAS-Werkzeug

Mögliche Lösungen:

$t1(x) := \frac{x}{x-1} + \frac{x+1}{x}$ $t2(x) := \frac{x}{x+1} + \frac{x-1}{x}$ $t3(x) := 2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$ $t4(x) := \frac{2 \cdot x^2 - 1}{x \cdot (x-1)}$ $t5(x) := \frac{7}{x+1} - \frac{10}{x} + 3$ $t6(x) := \frac{3 \cdot x^2 - 10}{x \cdot (x+1)}$ <p>2/6</p>	<p>Schritt 1: Terme speichern</p>	$t1(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x} + 2$ $t2(x) = \frac{-1}{x+1} - \frac{1}{x} + 2$ $t3(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x} + 2$ $t4(x) = \frac{2 \cdot x^2 - 1}{x \cdot (x-1)}$ $t5(x) = \frac{7}{x+1} - \frac{10}{x} + 3$ $t6(x) = \frac{3 \cdot x^2 - 10}{x \cdot (x+1)}$ <p>Domain of the result might be l... 2/6</p>	<p>Terme eingeben <math>\Rightarrow</math> Terme werden vom Werkzeug zum Teil umgeformt <math>\Rightarrow</math> t1 und t3 sind äquivalent.</p>
$\text{factor}(t1(x)) = \frac{2 \cdot x^2 - 1}{x \cdot (x-1)}$ $\text{factor}(t2(x)) = \frac{2 \cdot x^2 - 1}{x \cdot (x+1)}$ $\text{factor}(t3(x)) = \frac{2 \cdot x^2 - 1}{x \cdot (x-1)}$ $\text{expand}(t4(x)) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x} + 2$ $\text{factor}(t5(x)) = \frac{3 \cdot x^2 - 10}{x \cdot (x+1)}$ $\text{expand}(t6(x)) = \frac{7}{x+1} - \frac{10}{x} + 3$ <p>Domain of the result might be large...</p>	<p>Terme mit den Befehlen "expand" und "factor" verändern: <math>\Rightarrow</math> t1, t3 und t4 sind äquivalent, ebenso sind t5 und t6 äquivalent.</p>	$t1(x) = t2(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x} + 2 = \frac{-1}{x+1} - \frac{1}{x} + 2$ $t1(x) = t3(x) = \text{true}$ $t1(x) = t4(x) = \text{true}$ $t5(x) = t6(x) = \text{true}$ $t2(x) - t6(x) = \frac{x+9}{x \cdot (x+1)} - 1$ $\text{solve}(t2(x) = t6(x), x) = x = -3 \text{ or } x = 3$ <p>Domain of the result might be larger than ...</p>	<p>Terme gleichsetzen: t1 und t2 sind nicht äquivalent Wegen des Transitivgesetzes sind t1, t3, t4, äquivalent t5 und t6 sind äquivalent</p> <p>Differenz bilden x-Werte suchen, für die <math>t2(x) = t6(x)</math></p>