Fonction $x \mapsto ax^2 + b$ Résolution de système

TI-82 Advanced Edition Python

TI-83 Premium CE Edition Python

Enoncé

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = ax^2 + b \quad , \quad \text{où } a \text{ et } b \text{ sont des nombres réels.}$$

Déterminer les valeurs de a et de b sachant que $f(-1) = -2$ et $f(2) = 3$.

1. Mise en équation du problème

Nous commençons par transformer l'énoncé en système de 2 équations à 2 inconnues (a et b) :

$$\begin{cases} f(-1) = -2 \\ f(2) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \times (-1)^2 + b = -2 \\ a \times 2^2 + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = -2 \\ 4a + b = 3 \end{cases}$$

Pour tout système, il convient d'avoir les inconnues d'un côté de l'égalité, et les constantes de l'autre. Dans certains cas, il faudra donc faire davantage de manipulations, avant d'obtenir ce résultat.

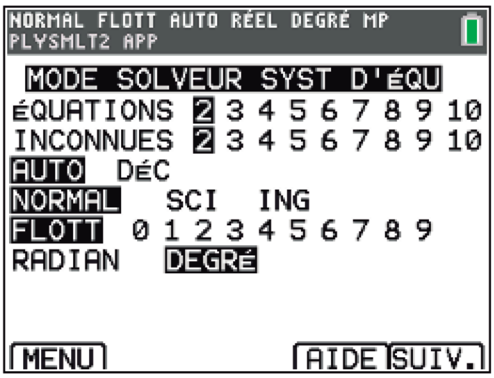
2. Résolution du système

Comme d'habitude en mathématiques, nous allons tenter de déterminer la réponse, avant de nous lancer dans la démarche de résolution de ce système.

La calculatrice possède un solveur de systèmes d'équations, qui va nous permettre de conjecturer la réponse de notre système.

- Dans le menu résol on sélectionne la commande **`2:PlySmlt2`**.

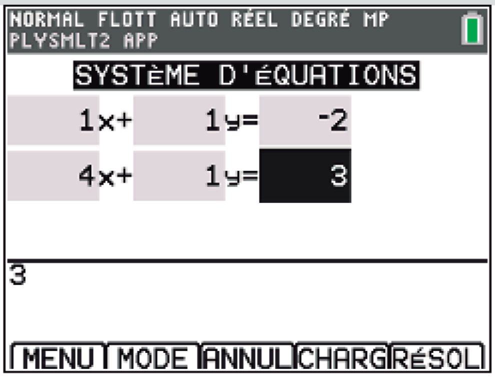
- Dans le menu principal nouvellement affiché de cette application, on sélectionne la commande **`2:SOLVEUR SYST D'EQUATIONS`**.



- Une fois dans le solveur proprement dit, on configure ce dernier. Pour notre exercice, aucune modification n'est nécessaire. On valide la configuration avec **`SUIV.`** (table f5 graphe).

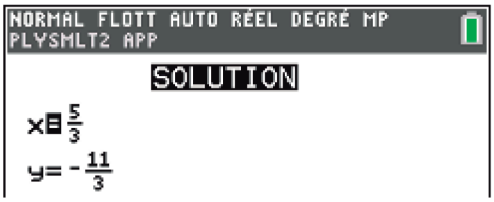
- A présent, nous allons saisir les coefficients de notre système. Les inconnues sont nommées x et y, par défaut. Elles joueront les rôles respectifs de nos inconnus a et b.
  On valide la saisie avec **RESOL** (graphe).

  Attention à la gestion du symbole « - », qui peut signifier le signe d'un nombre, ou représenter la soustraction entre deux nombres.



- On lit le couple solution :

$$\left(\frac{5}{3}\,;\,-\frac{11}{3}\right)$$

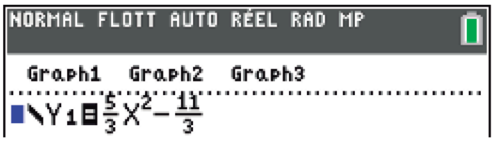


Maintenant que nous détenons la solution, résolvons algébriquement le système :

$$\begin{cases} a+b=-2 & (L_1) \\ 4a+b=3 & (L_2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=-2 & (L_1) \\ 3a=5 & (L_2')=(L_2)-(L_1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{5}{3} & (L_2') \\ \frac{5}{3}+b=-2 & (L_1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{5}{3} & (L_2') \\ b=-\frac{11}{3} & (L_1) \end{cases}$$

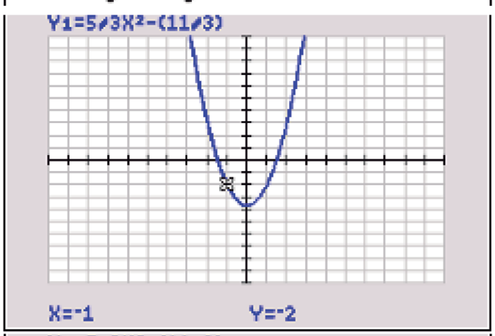
3. Vérification graphique

On peut effectuer une dernière vérification, graphique cette fois-ci.



- On entre l'expression $f(x) = \frac{5}{3}x^2 - \frac{11}{3}$ dans $\mathbf{Y_1}$, du menu f(x).

- Dans le menu zoom on sélectionne la commande **6:ZStandard**.



- Dans le menu 2nde trace (calculs), on sélectionne la commande **1:image**.
  On entre alors la valeur -1 dans le bandeau inférieur, on valide par entrer et on vérifie bien que l'image de -1 est -2.

- On procède de même pour vérifier que $f(2) = 3$.