Ekvationer i balans

Syftet med denna aktivitet är att eleverna ska förstå vad det betyder att ett ordnat par är en lösning på en linjär ekvation och på ett linjärt ekvationssystem.

Denna lektion innebär att lösa linjära ekvations-system. Tyngdpunkten ligger på att hjälpa eleverna att förstå att lösningen på ett ekvationssystem med två ekvationer är ett ordnat par som gör båda ekvationerna sanna (eller "balanserar" båda ekvationerna) samtidigt.

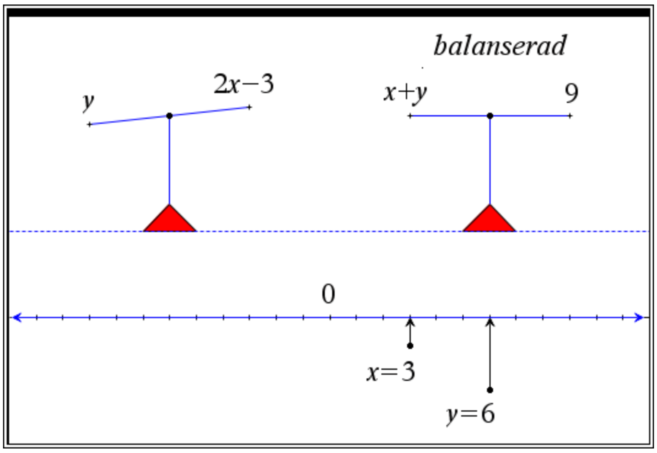
Genom att använda ett mer visuellt sätt att lösa ekvationssystemet kommer eleverna att upptäcka vad en numerisk lösning på ett ekvationssystem betyder.

Eleverna kommer att kunna utforska

- ekvationssystem som har oändligt många eller inga lösningar
- icke-linjära ekvationssystem
- ekvationssystem med lösningar som inte är heltal och negativa lösningar.

Gå nu till sid 2.

1. **Flytta nu pilarna så att x = 3 and y = 6. Beskriv sedan i vilken position vågarnas armar är? Varför har de den positionen.**



Svar: Den vänstra vågen blir ”tyngre” på vänster sida eftersom när 3 och 6 sätts in som värden för x respek-tive y är ekvationens vänstra sida större än höger sida: 6> 2·(3) - 3 eller 6 > 3. Den högra vågen är i balans eftersom ekvationens båda sidor är lika: 3 + 6 = 9.

Tips: Övergripande fokus för aktiviteten att undersöka om det finns några ordnade par (x, y) som balanserar båda vågarna *samtidigt*. I denna första fråga ska ele-verna titta på hur värdena på x och y påverkar var och en av vågarna.

2. **Vad betyder det att en våg är “balanserad”? Om x = –1, vilket värde hos y kommer då att balan-sera den vänstra respektive högra vågen?**

Svar: En balanserad våg innebär att värdena på de båda sidorna är lika. Om x = -1 är den vänstra vågen balanserad när y = -5. Om x = -1 är den högra vågen balanserad när y = 10.

3. **Hitta tre ordnade par (x, y) som balanserar den vänstra vågen. Vilken strategi använder du?**

Exempel på svar: Möjliga svar är t.ex. (-1, -5), (0, -3), (1, -1), (3, 3) och (4, 5). Elevernas strategier kan innefatta val av ett värde för x och utvärdera vänster sida av vågen för motsvarande y-värde eller genom att från tidigare arbete känna igen att värdet av uttrycket ändras enligt ett mönster: när x ökar med 1 enhet, kommer y kommer att öka med 2 enheter. Eleverna kan använda detta för att skapa ordnade par som ska bibehålla balans eller likhet.

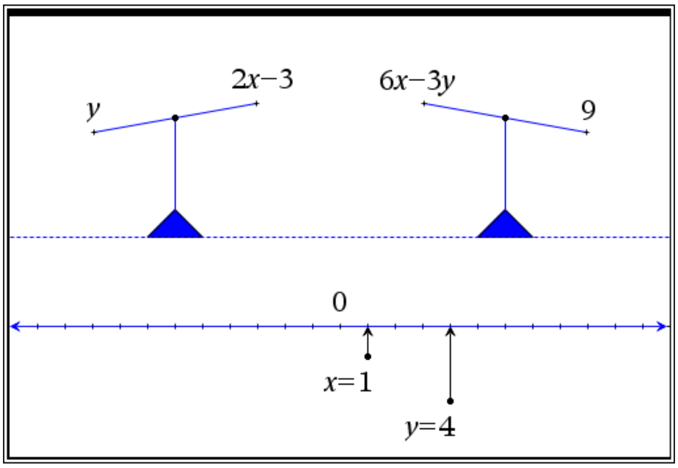
Tips: Eleverna kan lösa uppgiften numeriskt, alge-braiskt eller helt enkelt genom att dra pilarna på tallinjen i tns-filen. Dessa ordnade par är alla lösningar till ekvationen y = 2x- 3. Eleverna kan komma med ordnade par som t.ex. (1,5, 0) utan att använda tal-linjen. TI-Nspire-filen är konstruerad så att den endast innehåller heltalsvärden på tallinjen. Du kanske vill diskutera det faktum att det finns ett oändligt antal lösningar på ekvationen. Elever kan också uppmärk-samma mönster i de ordnade paren som kan leda till en diskussion om lutning, förändringshastighet och kopplingar till grafen.

4. **Hitta tre ordnade par (x, y) som balanserar den högra vågen. Vilken strategi använder du här? Var det samma strategi som i fråga 3?**

Exempel på svar: Svaren kan naturligtvis variera. Möjliga svar är t.ex. (–1, 10), (0, 9), (1, 8), (4, 5), och (10, –1). Eleverna kanske använder en annan strategi eftersom det är ganska enkelt att komma på ordnade par vars summa är 9.

Betona ordentligt att det finns oändligt många lösningar för varje enskild ekvation men bara *en* lösning som uppfyller båda ekvationerna *samtidigt*. Detta kallas lösningen till ekvationssystemet.

Sid 4

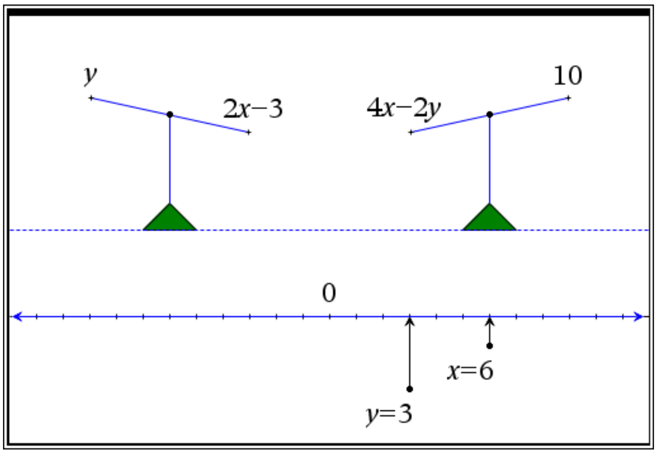


5. Hur många lösningar finns för detta ekvationssystem? Hur vet du det?

Svar: Det finns oändligt många lösningar. Varje par som balanserar på någon av vågarna balanserar också på den andra. Att öka x med 1 och y med 2 håller båda vågarna i balans. Eftersom detta mönster kan fortsätta hur länge som helst så finns det ett oändligt antal lösningar.

Tips: Eftersom vissa elever kanske slutar efter att de bara funnit ett ordnat par som balanserar båda ekvationerna så kanske du måste behöver uppmuntra dem att hitta fler lösningar. Då det här ekvationssystemet har oändligt många lösningar kan du också ta upp vad sammanfallande linjer kan betyda. Eleverna kanske då upptäcker att ekvationerna är ekvivalenta. Om ekvationen 6x-3y = 9 skrivs om på formen y=kx+m så ser man direkt att den identisk med den första.

Sid 6

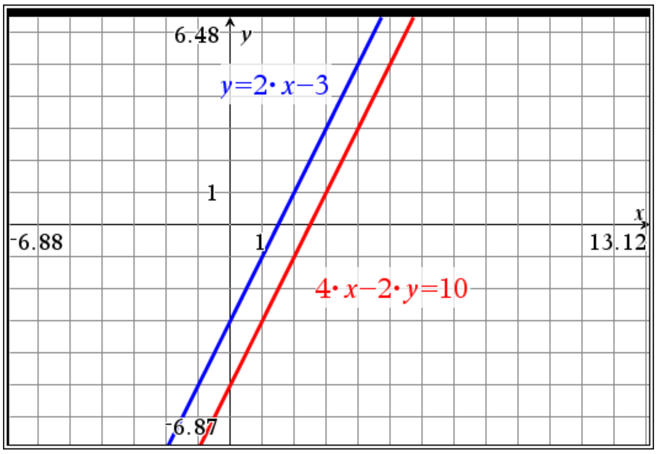


6. Hur många lösningar finns för detta ekvationssystem? Hur vet du det?

Svar: Systemet har ingen lösning. Ett resonemang som kan användas för att komma fram till denna slutsats är att balansera vänster våg och notera att vid ökning av x med 1 ökar y med 2. Men denna strategi lämnar *alltid* den högra vågen obalanserad. Således är det *inte* möjligt att balansera båda vågarna samtidigt.

Tips: Diskutera med eleverna att de två ekvationerna representerar parallella linjer. Lutningen eller *k*-värdet är detsamma medan skärningarna med y-axeln (m-värdet) är olika. Se figur nedan. Observera att man i TI-Nspire nu kan skriva in funktionsuttrycket för den högra vågen på den form som anges vid vågen.

Detta är också lättare att se att linjerna är parallella om båda ekvationerna skrivs på formen y = kx+m.



Sammanfattning:

När eleverna har genomfört aktiviteten kontrollera då att de förstår följande:

En lösning till en ekvation i två variabler är ett ordnat par av tal som balanserar båda sidor av ekvationen

En linjär ekvation i två variabler har ett *oändligt* antal lösningar.

En lösning till ett ekvationssystem med två variabler är ett ordnat par av tal som balanserar de två ekvationerna *samtidigt*. Detta gör båda ekvationerna sanna *samtidigt*.

Till slut: Se till att eleverna förstår att vissa ekvationssystem har en lösning, några har inga lösningar och några oändligt många lösningar.