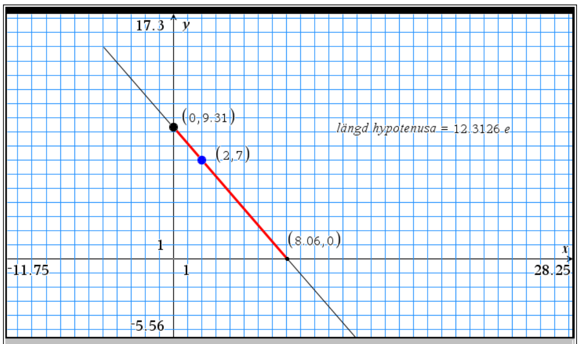
Kortaste linjen genom en punkt

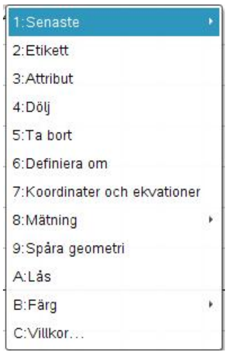
En rätvinklig triangel i första kvadranten har koordinat-axlarna som kateter. Punkten (2, 7) ligger på hypote-nusan hos triangeln. Bestäm längden hos hypotenusan när den har sitt minsta värde.

Övningen passar för kurs 4

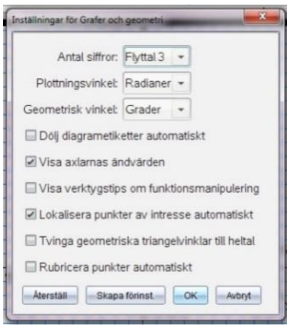


Dra och flytta den övre skärningspunkten och se hur det röda segmentets längs förändras.

Sid 2: Man börjar med att i applikationen grafer ställa in ett bra koordinatsystem. Med geometriverktyg sätter man sedan ut en punkt i (2, 7). Om du höger-klickar på punkten kommer sammanhangsmenyn upp och du ska *låsa* punkten. Klicka alltså på Lås. Med *Attribut* kan du ställa in färg och storlek på punkten. Du kan också ställa in visning av koordinater för punkten.



Under Inställningar i verktygsmenyn kan du t.ex. ställa av punkter i geometriska konstruktioner så att de inte rubriceras med bokstäver A, B, osv. Kan vara bra ibland men här behövs det ju inte.



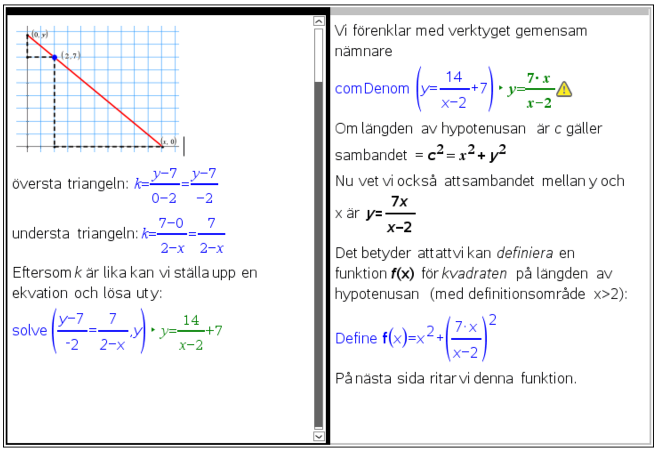
Efter punktritningen drar vi sedan med geometri-verktyg en linje genom punkten (2, 7). Börja linje-dragningen vid *y*-axeln och fram till punken (2, 7). Dra sedan ut linjen så att den skär *x*-axeln.
Placera sedan en punkt vid skärningen med *x*-axeln.

Sedan ritar vi ett *linjesegment* (en linje med två definierade ändpunkter) från skärningarna med axlarna. Med geometriverktyget Mätning mäter vi sedan detta segments längd.

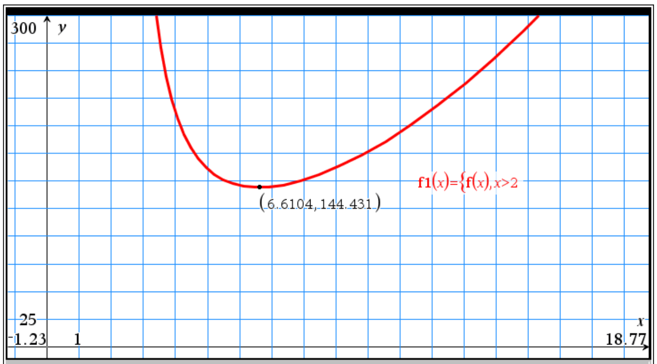
Nu kan du dra i den övre skärningspunkten och se hur segmentets längd ändras. Försök att få linjen så kort som möjligt.

Sid 3: Här börjar vi nu en mer analytisk behandling av situationen. Likformiga trianglar gör att vi kan teckna två uttryck för linjens lutning och sedan ställa upp en ekvation. Vi löser ut *y*.

Vi vet också att vi kan teckna ett uttryck för linjens längd med Pythagoras sats. Nu kan vi sedan definiera en funktion f(x), som är ett utryck med variabeln x, för kvadraten på längden.



Sid 4: Vi ritar funktionen och beräknar med analys-verktygen en grafisk/numerisk lösning av denna funktions minvärde.



Här har vi nu beräknat det minsta värdet på kvadraten av hypotenusans längd. Vi ser också värdet på (x) på den vågräta kateten. Vi ska nu på senare sidor göra en *exakt* beräkning.

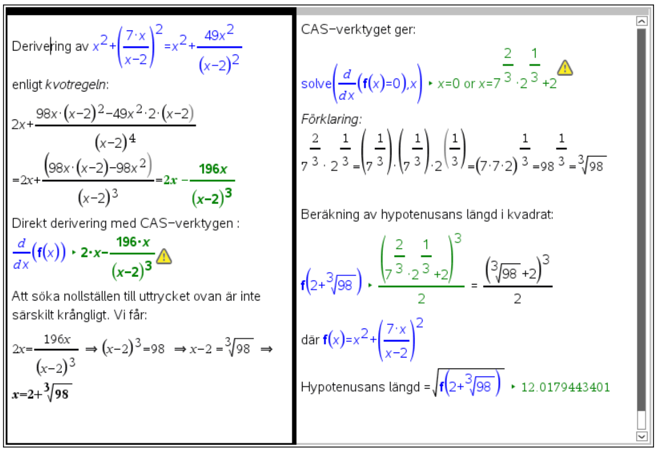
Sid 5: Här beräknar vi i denna funktions minvärde algebraiskt och med programmets CAS-funktioner. Observera att man med CAS-verktygen kan få uttryck som

$7^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}$ som också kan skrivas $\sqrt[3]{98}$.

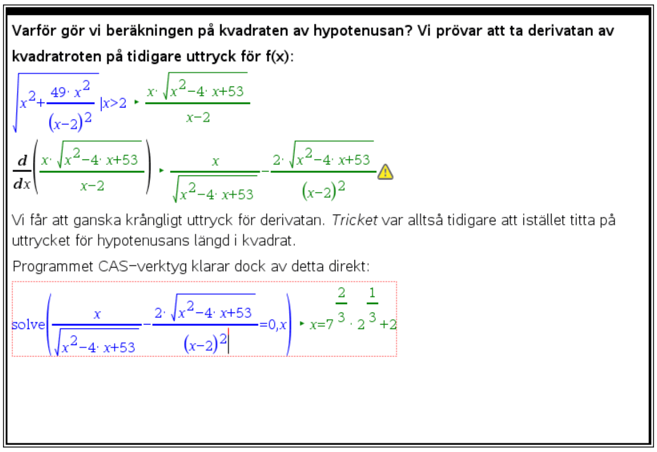
Det exakta värdet är alltså

$$\sqrt{\frac{(\sqrt[3]{98}+2)^3}{2}}$$

På sista raden har vi beräknat ett närmevärde på linjens längd. När man utvärdera ett numeriskt uttryck får man ett approximativt värde om man trycker ned Ctrl och enter samtidigt.



Sid 6: Tricket tidigare var att titta på kvadraten av längden hos hypotenusan. Vi visar här att TI-Nspires CAS-verktyg klarar av att beräkna längden exakt uti-från ett krångligt rotuttryck.



Sid 7: Här har vi ritat denna funktion. Vi ser att vi får närmevärdet 12,0179.