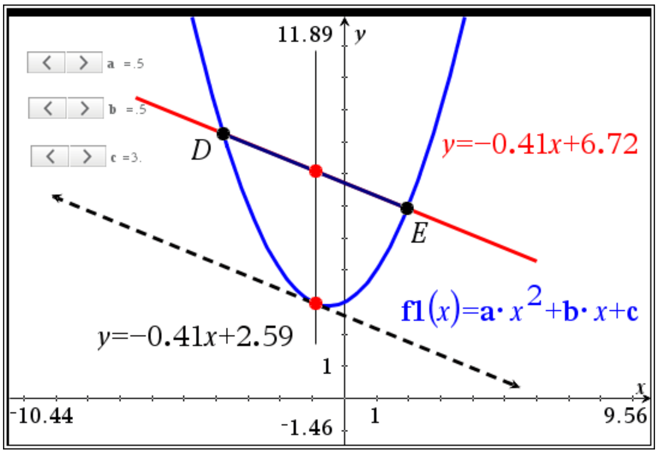
Samma lutning

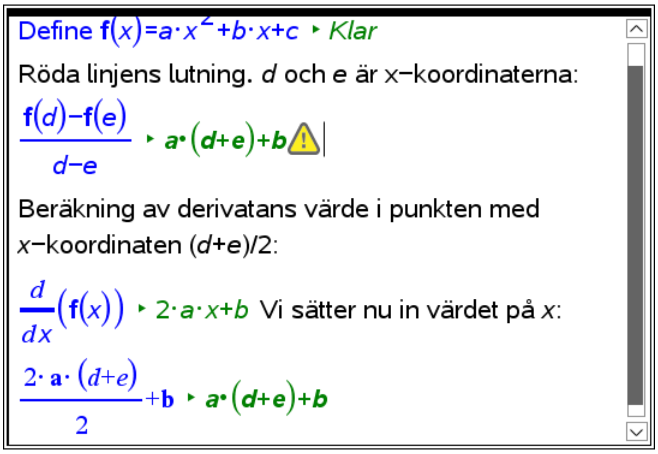
Vi har två godtyckliga punkter på kurvan till en allmän andragradsfunktion. Du ska nu undersöka om värdet på riktningskoefficienten för linjen genom punkterna alltid har samma värde som riktningskoefficienten för tangenten till kurvan genom den punkt vars x-värde är ligger mittemellan de två punkternas x-värden.

Det här är en övning där man först ska undersöka påståendet i uppgiftstexten ovan med ett experiment där man använder olika geometriska verktyg. Konstruktionen är väldigt enkel och består av följande steg:

1. I grafappen skriver man in funktionen på allmän form och då skapas 3 st skjutreglage där man kan ställa in olika parametrar för koefficienterna *a*, b och *c*.
2. Med geometriverktygen i grafappen så drar du en linje som skär kurvan och markerar sedan skärnings punkterna. Döp skärningspunkterna till D och *E*. Dra sedan ett linjesegment från *D* och *E*.
3. Sätt ut mittpunkten på segmentet *DE* med verktyg under fliken Konstruktion.
4. Dra sedan en vertikal linje genom mittpunkten med verktyget Parallell som också finns med bland konstruktionsverktygen. Du markerar att linjen ska vara parallell med *y*-axeln.
5. Markera skärningspunkten med kurvan och dra sedan en tangent i denna punkt. Verktyget Tangent finns i fliken Punkter och linjer.



Ovan syns det färdiga resultatet. Man kan nu antingen dra i de svarta punkterna vid kurvans skärningar med linjen eller så kan man ändra koefficienterna för funktionen. Observera sedan *k*-värdet för funktionen och tangenten.



Här beräknar vi med algebraverktygen riktningskoefficienten för linjen och tangenten symboliskt. Vi ser att man får samma uttryck.

Den första beräkningen av riktningskoefficienten

$$\frac{f(d)-f(e)}{d-e}$$

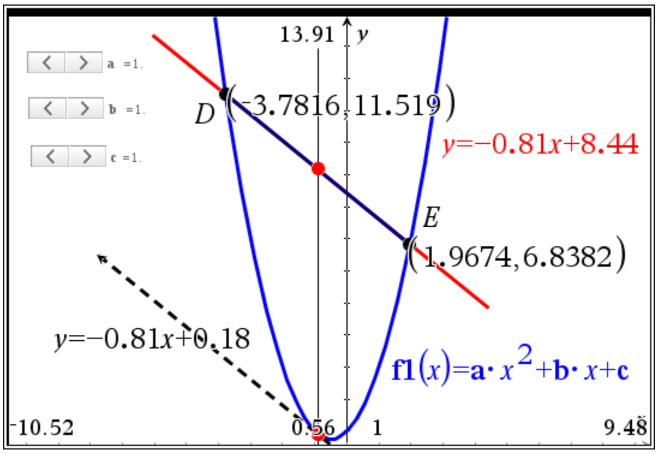
kan vara lite krånglig. Vi gör nu detta för hand ett steg i taget:

$$\frac{f(d)-f(e)}{d-e}=\frac{a\cdot d^2+b\cdot d+c-(a\cdot e^2+b\cdot e+c)}{d-e}=$$
$$=\frac{a\cdot(d^2-e^2)+b\cdot(d-e)}{d-e}=\frac{a\cdot(d+e)\cancel{(d-e)}+b\cdot\cancel{(d-e)}}{\cancel{d-e}}=$$
$$=a\cdot(d+e)+b$$

Kanske inte alldeles enkelt med *faktoriseringen* och utvecklingen av *konjugatuttrycket*. *Symbolhanteraren* klarar detta i ett steg när vi definierat $f(x)$.

Vi testar nu om uttrycket (som är *korrekt*) stämmer med värden på grafsidan. Vi drar lite i figuren och ändrar koefficienterna för funktionen. *x*-koordinater för punkterna D och *E* kan man välja att visa.

Se nästa sida.



Med värden från figuren ovan får vi:

$a \cdot (d+e)+b = 1 \cdot (-3{,}7816+1{,}9674)+1 = -0{,}8142$

Stämmer med figurens värden.