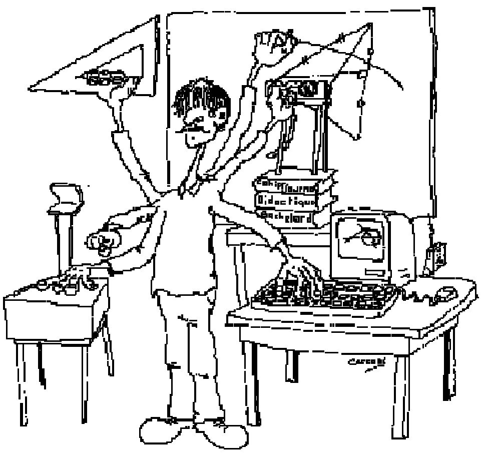
T3 VLAANDEREN

Cahiers T3 Europe
Vlaanderen nr. 22

Onderzoekscompetenties

Aansluitend op cahier 12

Peter Vandewiele



KATHOLIEKE UNIVERSITEIT
LEUVEN

Beste collega,

Al enkele jaren is het onderdeel onderzoekscompetenties ingevoerd in het wiskunde-onderwijs. Sommigen onder u zijn er al mee vertrouwd, maar toch bestaat er hier en daar nog wat weerstand tegen dit onderdeel. Helaas is niet iedereen er van overtuigd dat onderzoekscompetenties een meerwaarde heeft binnen het wiskunde-onderwijs. Persoonlijk geloof ik hier wel sterk in. Het is voor onze leerlingen een unieke kans om zelf eens op zoek te gaan binnen de wereld van de wiskunde.

De meerwaarde van onderzoekscompetenties kan je op meerdere terreinen terugvinden.
Ooit heb ik twee groepen uit eenzelfde klas het ontstaan van het symbool "∞" laten opzoeken. Tot hun eigen verbijstering kwamen ze elk met een ander verhaal.

Het eerste verhaal.

Lemniscaat is een Grieks woord dat bloemenslinger betekent en gebruikt werd wanneer een overwinnaar na een gevecht onthaald werd. De bloemenslinger is een symbool voor het evenwicht tussen het stoffelijke en het geestelijke: een oneindig symbool. Het wordt ook zo in de wiskunde gebruikt, want het is een teken dat als het ware tot in het oneindige doorloopt. Er werd geen cirkel gebruikt, om verwarring met 0 te voorkomen, maar wel een liggende acht. Georg Cantor deed de meeste ontdekkingen in verband met oneindig, en schreef het symbool toe aan god (weer een verwijzing naar het evenwicht tussen het stoffelijke en het geestelijke), waardoor men hem liet opnemen in de psychiatrie. Het harde leven van een wiskundige…

Het tweede verhaal.

Het lemniscaat vindt zijn eerste oorsprong in de Minoïsche beschaving op het eiland Kreta. Daar stond de labrys (een dubbele bijl) symbool voor het eeuwige leven en de oneindige macht van minos, de benaming van de Minoïsche koning.
Na de inval van de Mycenen werd het symbool door hen overgenomen, waarna het uiteindelijk in de laatste letter van het Grieks alfabet evolueerde, de ω.
Enkele eeuwen voordat het symbool geëvolueerd was tot de omega, introduceerden de Feniciërs, een handelsvolk, het bij de Etrusken. Het symbool zag er als volgt uit: $\subset|\supset$. *Bij de Etrusken betekende dit symbool 'veel'.*
Toen Rome opkwam en de Etrusken onderwierpen, namen ze het symbool over en ze gaven het de betekenissen 'veel' en '1000', waarna het na verloop van tijd veranderde tot de 'M'.
In 1655 was het John Wallis die het lemniscaat als eerste gebruikte voor oneindig in het boek Arithmatica Infinitorum. Het was geïnspireerd op het Etruskische symbool voor 'veel'. Maar als je $\subset|\supset$ *snel schrijft, wordt het al gauw "*∞*".*

En dan pas komt de belangrijkste vraag: "Wie heeft er gelijk?".
Deze "confrontatie" vooraan de klas leidde tot het verder zetten van onderdeel onderzoekscompetenties buiten de lesuren wiskunde.

De leerlingen worden immers geconfronteerd met een groot aanbod aan informatie en het belangrijkste is misschien het feit dat ze vaststellen dat ze niet alles zomaar mogen geloven.
Misschien nog een voorbeeldje om dit te duiden.

Een groep leerlingen kreeg ooit de opdracht om de verhouding van de lengte tot de breedte van hunebedden te onderzoeken. In hun inleidende bundel stond volgende zin:

"In Nederland staan er hunebedden met nogal een vreemde verhouding van de lengte tot de breedte. In iedere hunebed blijkt er een verband te zijn tussen deze verhouding en het getal pi."

Volgens een site, geschreven door wetenschappers, werd de gedachte geopperd dat onze voorvaderen op de hoogte waren van een nauwkeurige benadering van het getal pi ongeveer duizend jaar voor de Babyloniërs. In een poging om dit verhaal te bevestigen botsten ze op een heel ander verhaal. In de Tweede Wereldoorlog waren de Duitsers van plan om precies op de plaats waar de hunebedden stonden een landingsbaan aan te leggen. De hunebedden werden verplaatst maar om een of andere reden is de aanleg afgeblazen. De Duitsers hebben dan beslist om de hunebedden terug te plaatsen. In dit document werd er dan gewag gemaakt van het feit dat de Duitsers misschien met opzet de verhouding tussen de lengte en de breedte gekoppeld hebben aan het getal pi.

Zo komen we aan een nieuw extra voordeel van onderzoekscompetenties. Onze leerlingen leren zo dat het controleren van bronnen een noodzaak is, maar zeker niet evident is. Ook is het een meerwaarde om hen aan te moedigen dat ze ook eens buiten het internet op zoek moeten gaan. Je leerlingen de bibliotheek of het stadsarchief leren kennen, is ook een extra pluspunt. Vaak zijn onze leerlingen niet op de hoogte van wat er allemaal op wiskundig gebied uitgegeven wordt. Ze gaan er nog te vaak van uit dat wiskundeboeken ongeveer 100 jaar geleden geschreven zijn en dat daar nooit iets aan verandert. Onderzoekscompetenties zijn een manier om nieuw leven te blazen in wiskundelessen. Ik kan u ook verzekeren dat ik zelf elk jaar bijleer door wat mijn leerlingen mij voorschotelen en ook dit is absoluut een pluspunt.

Een extra troef is dat ze hun werk moeten presenteren. Het is en blijft een feit dat onze leerlingen gedreven zijn in het maken van oefeningen op papier, maar eens iets wiskundig naar voor brengen is voor hen geen sinecure. Ze zijn immers niet gewoon om de wiskundige taal te gebruiken. Vaak stel ik vast dat als je iemand een oefening aan het bord laat maken, je eigenlijk naar een stomme film zit te kijken. Ze schrijven het bord vol en draaien ze zich dan om en kijken vol vraagtekens in de richting van de leerkracht. Bij de presentatie van hun onderzoek kunnen ze zich hierop goed voorbereiden en moeten ze wel vertellen, want de andere leerlingen weten immers niet waarover het gaat. Een enorm voordeel krijg je wanneer er hier een samenwerking is met de leerkracht Nederlands. Zo krijgen ze extra informatie over hoe ze moeten presenteren en als ze tijdens de lessen Nederlands een generale repetitie mogen houden, dan staat er voor hen ook een leerkracht die het vak wiskunde niet altijd even goed kent. Ze staan dan ook voor de uitdaging om hun onderzoek te brengen voor het grote publiek.

U zult ook merken dat dit cahier eigenlijk een verderzetting is van het cahier 12 geschreven door Luc Gheysens. Af en toe zal ik er naar verwijzen of zal ik er voorbeelden uit verder uitwerken of zal ik u confronteren met een aantal foute besluiten die leerlingen nemen bij bepaalde onderzoeken.

Peter Vandewiele
Brugge, november 2009.

Inhoudstafel

Hoofdstuk 1: De kerndoelstellingen van onderzoekscompetenties.

In het leerplan vinden we volgende kerndoelstellingen terug:

- OC1: *Zich oriënteren op een onderzoeksprobleem door gericht informatie te verzamelen, te ordenen en te bewerken.*
- OC2: *Een onderzoeksopdracht met een wiskundige component voorbereiden, uitvoeren en evalueren.*
- OC3: *De onderzoeksresultaten en conclusies rapporteren en ze confronteren met andere standpunten.*

Zo komen we meteen aan de drie belangrijke voorwaarden waaraan een goede onderzoeksvraag moet voldoen. Een onderzoeksvraag moet leiden tot…

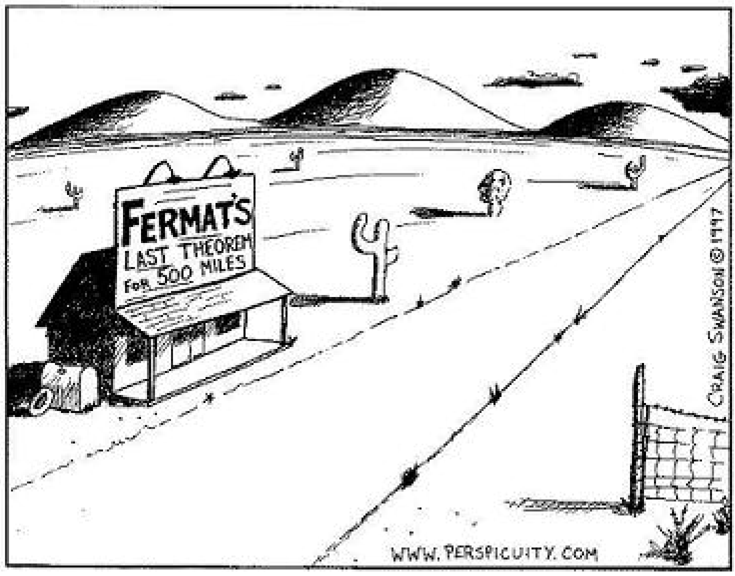
OPZOEKINGSWERK
WISKUNDIGE VERWERKING
PRESENTATIE

Misschien toch ook nog eens een aantal misvattingen uit de weg ruimen.

Het is zeker en vast niet de bedoeling om leerlingen een stuk leerstof zelfstandig te laten instuderen. Vaak wordt het hoofdstuk complexe getallen hier wat misbruikt. Het geven van invulblaadjes zorgt er voor dat leerling wel iets verwerken, maar er is niets van opzoekwerk of presentatie aan bod gekomen. Een bijkomend probleem is dat complexe getallen een verplicht onderdeel is dat alle leerlingen moeten hebben gezien. Hier verplicht je dan ook al je leerlingen om aan hetzelfde project te werken en dit is niet de bedoeling van onderzoekscompetenties.
Soms hoor je collega's vertellen dat ze bijvoorbeeld in verband met logaritmische functie de leerlingen een lijst moeilijk logaritmische vergelijkingen hebben laten oplossen en dat de leerlingen nadien de oefeningen aan elkaar moesten uitleggen. Deze manier van werken is zeker en vast een meerwaarde tijdens de lessen, maar dit zou eigenlijk bij elk onderdeel aan bod moeten komen. Maar opnieuw behoort dit niet tot de wereld van de onderzoekscompetenties. Want het onderzoeksgedeelte is hier niet aanwezig.
We moeten er immers voor opletten dat we niet elke oefening die leerlingen zelfstandig oplossen gaan aanzien als een opdracht onderzoekscompetenties.
Iets waar er wel onderzoek aan te pas komt, is bijvoorbeeld het leven van een wiskundige bestuderen. Hier missen we dan de wiskundige verwerking.

Zoals altijd is een goede mix van een aantal ingrediënten de sleutel tot een goede onderzoeksvraag. Je moet kiezen of je de onderzoeksvragen reeds vrij gedetailleerd meegeeft aan je leerlingen of of je de opdracht iets vager laat, zodat de leerlingen zelf eerst een aantal onderzoeksvragen moeten opstellen. Het opmaken van onderzoeksvragen vergt veel tijd en is zeker niet eenvoudig. Elk jaar bots je op geslaagde en minder geslaagde opdrachten. Het is daarom ook goed om dergelijke projecten voor te bereiden met de vakgroep. Ervaring speelt ook een belangrijke rol, het gaat immers jaar na jaar vlotter om opdrachten te maken.

En hier komen we dan meteen op een zeer moeilijk punt, we hebben maar zes uur per jaar ter onze beschikking voor onderzoekscompetenties en dit is niet echt veel als je je leerlingen een echt onderzoek wil laten voeren. Een samenwerking met de leerkracht Nederlands is meteen een aantal gewonnen uren. Je zou ook kunnen opteren om de 12 uur die voorzien zijn in het leerplan in één jaar te geven in plaats van die te verdelen over de twee jaar. Persoonlijk ben ik daar geen voorstander van omdat het goed is de leerlingen in het vijfde jaar eens te laten experimenteren en dan in het zesde jaar een onderzoek te doen volgens de regels van de kunst.



Hoofdstuk 2: Concrete aanpak

2.1. Voorbereiding.

Je verdeelt best de groepen vooraf, zodat je een mix kunt maken van sterkere en minder sterkere leerlingen. Wanneer je kiest voor kleinere projecten met een paper als eindresultaat, dan kan je groepjes van 2 à 3 leerlingen samenstellen. Wanneer je voor een grotere opdracht kiest met een presentatie als einddoel, dan zijn groepjes van 4 leerlingen ideaal.

Open vooraf op een elektronisch leerplatform een forum met vier lijnen.

1° lijn: een stappenplan

Hier noteren leerlingen hoe ze het verloop van hun project zien.
"Wat moet tegen wanneer klaar zijn? Wie zal wat doen?"

2° lijn: een logboek

Hier noteren leerlingen hoe het project aan het verlopen is.
"Wie heeft wat, wanneer gedaan?"

3° lijn: een vragenblad

Dit is misschien wel de belangrijkste lijn. Hier noteren de leerlingen welke vragen ze moeten beantwoorden om hun project te doen slagen. Laat hen ook altijd noteren op welke datum ze een vraag hebben gesteld. Het belang van een dergelijk blad wordt pas duidelijk op het einde. Bij de evaluatie van het project kunnen ze nagaan wanneer ze de "belangrijke" vragen hebben gesteld en kunnen ze ook nagaan of hun vragen wel goed waren.
Hier denk ik wel dat er een verschil kan gemaakt worden tussen het vijfde en zesde jaar. In het vijfde jaar kan je je leerlingen hierbij begeleiden. In het vijfde moeten ze immers nog leren hoe ze een onderzoek moeten opbouwen, in het zesde jaar kan je dan de stap zetten naar leren via onderzoek.

4° lijn: een forum

Hier noteren leerlingen problemen waarop ze zijn gebotst tijdens de verwerking. Via dit kanaal kunnen leerlingen vragen stellen aan de groepsleden indien ze vastlopen. Ook om zaken te verifiëren is deze lijn erg nuttig.

Het opvolgen van deze discussielijnen is noodzakelijk voor de evaluatie.

2.2. Kleinere projecten met een paper als eindresultaat.

Je kan kiezen om je leerlingen een "klein" wiskundig probleem voor te schotelen.
Een klein project kan je in vier fases afwerken.

De eerste fase is het meegeven van de opdracht. Zorg dat deze opdracht duidelijk is zodat de leerlingen meteen weten waar ze aan beginnen. Laat ze ook een logboek openen, waarin ze noteren wie er wat heeft gedaan.

In de tweede fase gaan de leerlingen op zoek naar de oplossing van het probleem.
Deze fase gebeurt individueel en thuis.

In de derde fase komen de leerlingen tijdens een lesuur samen en confronteren ze elkaar met de gevonden oplossingen. Wanneer de oplossing is gevonden, stellen ze een paper op. Tijdens een lesuur Nederlands krijgen de leerlingen extra tips over hoe ze een paper maken volgens de regels van de kunst.

In de vierde fase dienen ze hun paper in en krijgen ze nadien feedback van hun leerkracht wiskunde en Nederlands.

Wanneer je kiest voor kleinere opdrachten, dan is het aan te raden om er één te plaatsen in het eerste trimester en dan nog één in het tweede trimester.

2.3. Eén project van 6 uur met een presentatie als eindresultaat.

Om een grotere opdracht te verwerken verdeel je best een trimester in 6 zones.

In een **eerste fase** krijgen de groepen hun opdracht en nemen die meteen voor een eerste keer grondig door. Het is nu van belang dat ze alle onduidelijke termen en begrippen noteren zodat ze die later kunnen opzoeken. Op dit moment is er ook een eerste brainstorm over hoe ze dit probleem zullen aanpakken. Nu moeten ze de zo belangrijke onderzoeksvragen stellen.
Nadien gaan ze op het elektronisch leerplatform en plaatsen ze daar alle nodige informatie zodat de groepsleden thuis verder aan de slag kunnen.
Deze fase neemt ongeveer één lesuur in beslag.

De **tweede fase** gebeurt thuis en nu proberen leerlingen zoveel mogelijk informatie en oplossingssystemen te vinden. Ze moeten nu vooral opzoeken en de gevonden informatie proberen te verifiëren .

De **derde fase** gebeurt dan opnieuw in de klas een tweetal weken na fase 1. Voor deze fase voorzie je het best een tweetal uur, het liefst op één en dezelfde dag. Hier is de start echt belangrijk. De groepsleden confronteren de medegroepsleden met wat ze hebben gevonden. Indien er verschillende antwoorden komen op een zelfde vraag, dan moeten ze opnieuw op zoek. Het stellen van nieuwe onderzoeksvragen is hier opnieuw van belang. Wanneer er een consensus is over de gevonden informatie, dan kunnen ze beginnen aan de verwerking van de oplossingen die leiden tot het opmaken van een kladversie van de presentatie. Deze fase eindigt met het aanvullen van het logboek en, indien nodig, het aanpassen van de andere forumlijnen.

De **vierde fase** is identiek aan de derde fase en gebeurt opnieuw een tweetal weken na fase drie. Deze fase duurt maar één uur. Het is nu wel van belang dat ze het voor de sessie eens zijn over de gevonden informatie. Deze fase dient dan om het project en het draaiboek van de presentatie af te werken.

De **vijfde fase** gebeurt dan in de les Nederlands. De leerlingen maken samen met je collega een presentatie.

De **zesde fase** is de presentatie zelf en indien er nog tijd over is, kunnen de medeleerlingen vragen stellen. Hier moet je zeker de tijd in het oog houden en er rekening mee houden dat je maximaal 3 groepen in één lesuur kan laten presenteren. De feedback die je na dit project geeft aan je leerlingen is zeer belangrijk. Daarom is het aangewezen om die op papier te zetten. Zo kunnen leerlingen nadien nog eens alles goed nalezen.

In het volgende hoofdstuk vind je een aantal opdrachten terug. Sommige zijn volledig uitgewerkt met de oplossing er bij. Sommige opdrachten bevatten ook nog extra deelopdrachten. Op die manier kan je eigenlijk opdrachten samenstellen afhankelijk van de sterkte van je groep alsook van de tijd die je er aan wil spenderen.
Ook het grafisch rekentoestel kan je, bij de meeste opdrachten, op een nuttige manier invoeren. Soms is het al een meerwaarde om bij een bepaalde formule de leerlingen een programma te laten schrijven, zodat ze tijdens de presentatie aan een klasgenoot een voorbeeld kunnen vragen en dat ze met het rekentoestel meteen kunnen aantonen dat hun formule klopt.

Napoleon sprak ooit volgende woorden:
"De vooruitgang en de vervolmaking van de wiskunde zijn nauw verbonden met het welzijn van de staat."

Hoofdstuk 3: Voorbeelden.

De eerste drie opdrachten werden opgesteld door Luc Gheysen.

Opdracht 1:

Met de M van Mersenne

Priemgetallen zijn positieve gehele getallen met twee verschillende delers, nl. 1 en zichzelf. De studie van priemgetallen vormt een apart en moeilijk onderzoeksterrein binnen de wiskunde. Priemgetallen van de vorm $2^n - 1$ zijn de zogenaamde Mersenne-getallen. Wiskundigen over heel de wereld zoeken naar grote Mersenne-priemgetallen omdat die bruikbaar zijn in codeertheorie.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Onderzoeksvragen

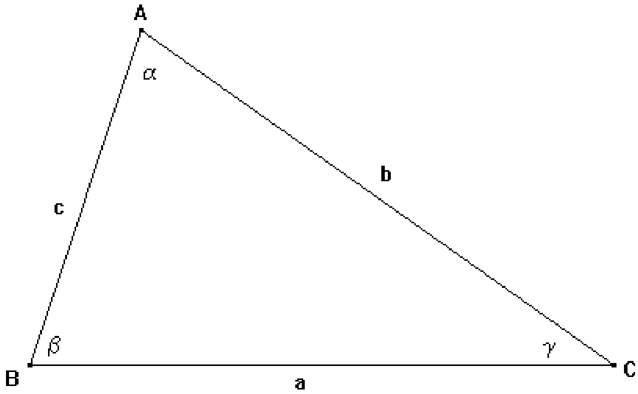
1. Zoek informatie op over Marin Mersenne.
2. Zoek een bewijs voor het feit dat er oneindig veel priemgetallen bestaan.
3. Welke zijn de drie grootste priemgetallen die men momenteel kent? Hoeveel cijfers hebben die getallen?
4. Is $2^p - 1$ altijd priem als p zelf een priemgetal is?

Opdracht 2:

Met de H van Heroon

Heroon van Alexandrië was een Griekse ingenieur op wiens naam een mooie formule staat om de oppervlakte van een willekeurige driehoek te berekenen als de lengten a, b en c van de drie zijden gekend zijn:

opp. driehoek $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ *, waarbij s de halve omtrek is van de driehoek.*



Onderzoeksvragen

1 Zoek informatie op over Heroon van Alexandrië.

2 Bewijs de formule van Heroon. Vertrek hiervoor van de grondformule van de goniometrie: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$. Vervang $\sin\alpha$ door de uitdrukking die je haalt uit de formule voor de oppervlakte van een willekeurige driehoek, nl.

$$\text{opp. driehoek} = \frac{1}{2}\, b\, c \sin\alpha \quad \text{(verklaar!)}$$

Vervang $\cos\alpha$ door de uitdrukking die volgt uit de cosinusregel voor een willekeurige driehoek.

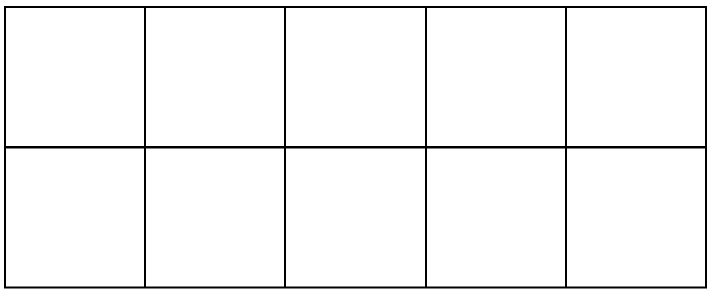
<u>Opdracht 3:</u>

Met de I van Isis

Het Isisprobleem, dat zijn naam ontleent aan een mythische connectie met de cultus van de Egyptische godin Isis, luidt als volgt:

Welke rechthoeken met gehele getallen als zijden (gemeten met een zekere eenheid), hebben de eigenschap dat hun oppervlakte en hun omtrek hetzelfde maatgetal hebben?

Een rechthoek van 2 op 5 heeft oppervlakte 10 en omtrek 14 en bezit de bedoelde eigenschap dus niet, maar er zijn er andere waarvoor dat wel het geval is.



Onderzoeksvragen

1. Bepaal de twee rechthoeken waarvan de omtrek en de oppervlakte hetzelfde maatgetal hebben. Bewijs ook dat dit de enige twee oplossingen zijn.

2. Bestaat er een kubus waarvan de zijdelingse oppervlakte en de inhoud hetzelfde maatgetal hebben? Kan je balken vinden met deze eigenschap?

<u>Opdracht 4:</u>

Schrijf een programma voor je rekenmachine dat volgend wiskundig probleem op een gebruiksvriendelijke manier oplost.

<u>Bepaal het rekenkundig, het meetkundig en het harmonisch gemiddelde van twee positieve getallen</u>

```
PROGRAM: GEM
: ClrHome
: Lbl Z
: Disp “GEEF 2 GET >0 IN”
: Input A
: Input B
: If A≤0
        : Then
        : Disp “FOUTE INVOER”
        : Goto Z
        : End
: If B≤0
        : Then
        : Disp “FOUTE INVOER”
        : Goto Z
        : End
: Menu(“GEMIDDELDEN”, “REK.”, R, “MEETK.”, M, “HARMON.”, H, “ALLEDRIE”, θ)
: Lbl R
        : (A+B)/2 sto C
        : Disp “REK. GEM.=”, C
        : Stop
: Lbl M
        : √(A + B)  sto D
        : Disp “MEETK. GEM.=”, D
        : Stop
: Lbl H
        : (2AB)/(A+B)  sto E
        : Disp “HARMON. GEM.”, E
        : Stop
: Lbl θ
         : (A+B)/2  sto C
        : √(A + B)  sto D
        : (2AB)/(A+B)  sto E
        : Disp “REK. GEM.=”, C
        : Disp “MEETK. GEM.=”, D
        : Disp “HARMON. GEM.”, E
        : Stop
```

<u>Opdracht 5:</u> Het probleem van Napoleon.

Het probleem van Napoleon: Hoe bepaal je de vier hoekpunten van een in een cirkel ingeschreven vierkant wanneer je enkel een passer mag gebruiken?
Het is een probleem dat door Napoleon aan een Italiaanse meetkundige werd voorgelegd.

Extra opdracht: Ken je nog een dergelijk meetkundig probleem dat door een historisch belangrijke figuur aan wiskundigen werd voorgelegd ?

<u>Oplossing:</u>

Napoleon Bonaparte (1769-1821) was een Frans generaal die later zichzelf kroonde tot keizer. Eigenlijk is Napoleon van Italiaanse afkomst en begon hij zijn carrière als onderluitenant in de artillerie, waar al heel wat wiskunde kwam bij kijken. Op zijn dertigste pleegde hij een staatsgreep. Na een mislukte poging om Rusland te veroveren in 1812 en na zijn terugkomst uit ballingschap, werd hij in 1815 definitief verslagen in Waterloo en verbannen naar Elba.

Napoleon was niet enkel belust op macht, hij was ook bezeten door de wiskunde. Dit kwam hem goed van pas tijdens zijn veldslagen. Volgens de overlevering zouden er twee wiskundige problemen zijn die hem enorm hebben geïntrigeerd.
Het eerste probleem: Construeer door enkel een passer te gebruiken een vierkant in een cirkel, met de vier hoekpunten op de cirkel.
Het tweede probleem: Construeer door enkel een passer te gebruiken het middelpunt van een cirkel.

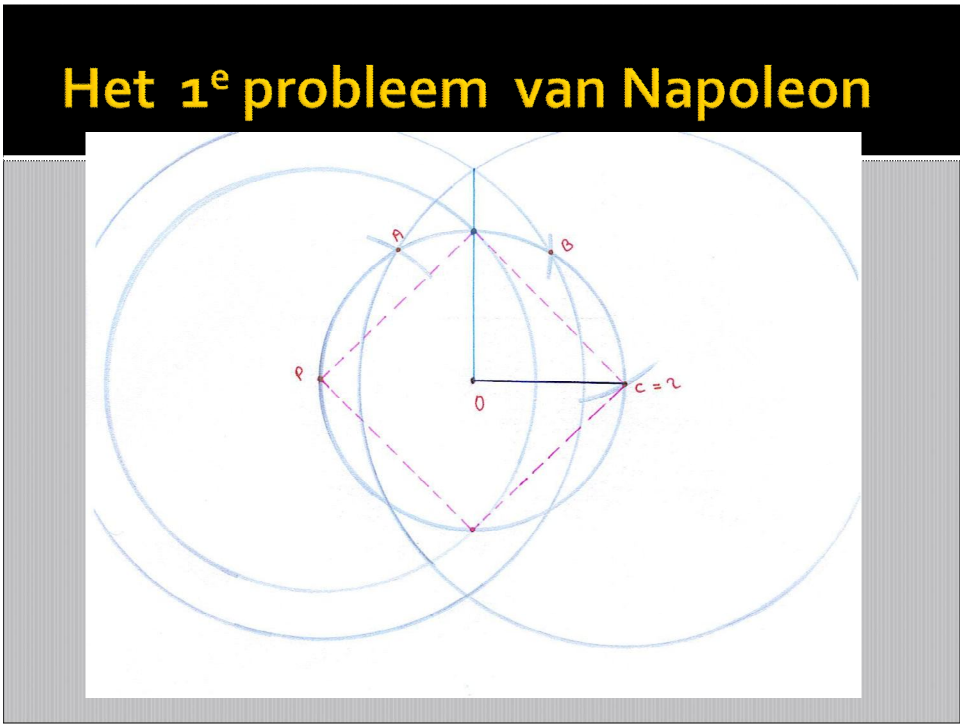
Het eerste probleem heeft Napoleon voorgelegd aan zijn wiskundige vriend Lorenzo Mascheroni. Mascheroni bewees in 1797 in zijn werk "Geometria del Compasso" de volgende stelling: "Elke constructie uit de euclidische meetkunde die uit te voeren is met een passer en een lat, is ook uitvoerbaar enkel met behulp van een passer."
Deze stelling werd echter reeds in 1672 door Georg Mohr, een Deens wiskundige, ontdekt en bewezen. Hij schreef dit uit in zijn werk "Euclides Danicus" (= de Deense Euclides), maar pas in 1928 werd zijn bewijs door een student opgerakeld en bekendgemaakt. Mascheroni's bewijs blijft echter even knap gevonden. Hij wist immers niets van het bewijs van Mohr. Nu spreekt men nog altijd over de Stelling van Mohr-Mascheroni.

De oplossing van het eerste probleem van Napoleon.

Gegeven: een cirkel met middelpunt O

Constructie:

1. Teken de cirkelboog vanuit P met straal |OP|. Zo bekom je het punt A.
2. Ga zo verder en construeer een gelijkzijdige zeshoek in de cirkel. Zo bekom je de punten B en C.
3. Teken de cirkelboog vanuit C met straal |AC|.
4. Teken de cirkelboog vanuit P met straal |AC|.
5. Deze twee bogen snijden elkaar in het punt D.
6. Teken de cirkelboog vanuit P met straal |OD|.
7. De laatste cirkelboog snijdt de cirkel in de punten Q en S.
8. PQCS is een vierkant.



Je kan ook nog je leerlingen vragen om te bewijzen dat het wel een vierkant is.

Opdracht 6: Het getal e.

Er bestaat een "wonderbreuk" $\frac{878}{323}$ die de waarde van het getal e exact tot vier decimalen aangeeft. Het verschil van teller en noemer is 555. Als je in teller en noemer het laatste cijfer weglaat, dan krijg je de beste benadering van e die je met een breuk van getallen met twee cijfers in teller en noemer kan vinden.
Ga op zoek naar de geschiedenis van het getal e.
Hoe kan men het getal e berekenen?
Maak gebruik van je grm om deze berekeningen na te bootsen.
Ga ook op zoek naar enkele andere "wonderbreuken".

Oplossing:

1) Het verhaal van het getal e begint bij de Schotse wiskundige Jhone Neper die geboren werd in 1550. Hij vond de logaritmes uit en was dicht bij de ontdekking van het getal e. Ook Saint-Vincent kwam met behulp van integralen dicht in de buurt van het getal e. In 1690 schreef Leibniz een brief waarin hij schreef over het getal e, maar noemde het toen nog b.

Nu weten we dat bij een vergelijking $r = a^t$, een oplossing bestaat voor t in de vorm van $t={}^a\log x$. Wie als eerste de link legde, is niet echt duidelijk. Het is zeker dat in 1684 James Gregory dat verband zag, maar misschien zag Bernoulli dit al eerder. Bernoulli vroeg zich immers af hoe je een samengestelde intrest kon berekenen.

Wanneer je dit bekijkt per jaar: $(1+1)^1 = 2$

Bekijk je dit per halfjaar: $\left(1+\frac{1}{2}\right)^2 = 2.25$

Bekijk je dit per kwartaal: $\left(1+\frac{1}{4}\right)^4 = 2.44140625$

Bekijk je dit per dag: $\left(1+\frac{1}{365}\right)^{365} = 2.714567482$

Maar degene die het meest heeft gedaan is Euler. In zijn boek "Intoductio in Analysin infinitorum" schreef hij over het getal e.

Hoe kan je met je rekentoestel het getal e benaderen?

1) $\frac{1}{0!}+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!}$

Eenmaal je leerlingen deze som hebben gevonden, kan je hen de tip geven om de som stap voor stap op te bouwen en iedere keer het verschil aan te geven met het getal e.

Zo krijgen ze als output:

$\frac{1}{0!}$	verschil met het getal e	1.718281828
$\frac{1}{0!}+\frac{1}{1!}$	verschil met het getal e	0.718281828
$\frac{1}{0!}+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}$	verschil met het getal e	0.218281828
$\frac{1}{0!}+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}$	verschil met het getal e	0.051615161
$\frac{1}{0!}+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!}$	verschil met het getal e	0.009948495
enz…		

2) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$

Ook hier kunnen leerlingen werken via hetzelfde principe als bij (1).

2) Andere wonderbreuken?

Hier vinden leerlingen dan ook benaderingen voor pi en de gulden snede.
Ook deze breuken kunnen met de rekenmachine gesimuleerd worden.

<u>Opdracht 7:</u> Bepaal het grootste van een reeks opgegeven gehele getallen als het aantal getallen en de getallen zelf gegeven worden.

```
:Lbl R
:CrlHome
:Disp "Hoeveel getallen?"
:Input K
:If round(K,0) ≠ K or K ≤ 0
:Then
:Disp "Foutieve invoer!"
:Pause
:Goto R
:Else
:ClrHome
:Disp "Voer het eerste getal in:"
:Input A
:1 → V
:If K = 1
:Then
:ClrHome
:Disp "Het grootste getal is: ", A
```

```
:Else
:Lbl L
:ClrHome
:Disp “Voer volgende getal in:”, V+1
:Input B
:If A≥B
:A→A
:If B≥A
:B→A
:V+1→V
:If V = K
:Then
:ClrHome
:Disp “Het grootste getal is: “, A
:Else
:Goto L
```

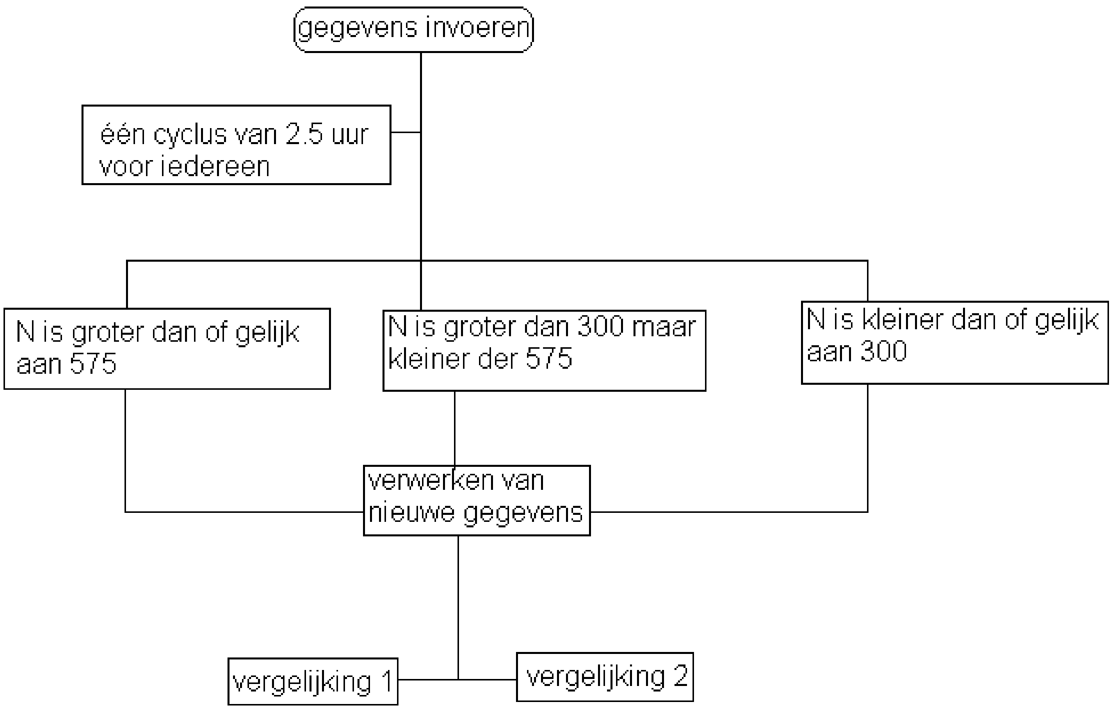
Opdracht 8: Bepaal het kleinste gemeen veelvoud van twee natuurlijke getallen.

```
:prgrm KGV
:Prompt A
:Prompt B
:If A<0
:Then
:A*(-1)→A
:If B<0
:Then
:B*(-1)→B
:End
:A→G
:B→H
:prgm GGD
:(G*H)/D →F
:Disp “KGV =”,F

:prgrm GGD
:If A > B
:Then
:B→C
:Else
:A→C
:End
:1→D
:2→E
:Lbl R
:(A/E) →I
:round(I,0) →J
:(B/E) →K
:round(K,0) →L
```

```
:If I=J and K=L
:Then
:(A/E) →A
:(B/E) →B
:(C/E) →C
:(D*E) →D
:Goto R
:Else
:If E ≥C
:Then
:Return
:Else
:(E+1) →E
:Goto R
:End
:End
```

<u>Opdracht 9:</u> Een busmaatschappij organiseert reizen en stuurt altijd 3 chauffeurs mee. De eerste rijdt gemiddeld 120 km/u, de tweede gemiddeld 110 km/u en de derde gemiddeld 115 km/u. Elke chauffeur rijdt 2,5 uur na elkaar. De eigenaar wil het totaal aantal kilometer invoeren zodat de rekenmachine dan aangeeft hoeveel uur de reis zal duren, wie er zal rijden bij aankomst en hoeveel uur elke chauffeur zal rijden.



Het is belangrijk dat leerlingen weten dat, als ze een programma moeten voorstellen, het geen zin heeft om het programma regel per regel op te sommen. Aan de hand van een schematische voorstelling kunnen ze de structuur van het programma uitleggen en dan laat ik altijd het programma overzetten van toestel op toestel. Nadien leggen de leerlingen nieuwe commando’s e.d. uit. Sowieso levert het overzetten van programma’s een enorme tijdswinst op.

Hoofdstuk 4: Grote opdrachten voor de vrije ruimte.

Wanneer je leerlingen een langere periode aan één opdracht kunnen werken, dan kan je natuurlijk nog een stukje verder gaan. Dit hoort niet echt bij het onderdeel onderzoekscompetenties, maar toch wil ik er een tweetal meegeven. Soms zijn dergelijke opdrachten een aanleiding tot het creëren van nieuwe opdrachten voor onderzoekscompetenties.

Voorbeeld 1: Tim bezoekt Brugge met een wiskundige bril op z'n neus.

Tim vertrekt aan de gidsenverzamelplaats dicht bij het station. Hij gaat over de brug en volgt daar linksaf de Katelijnevest. Hij stapt over een brug met 7 bogen in de richting van het Begijnhof. Hij keert op zijn stappen terug en hij gaat naar het Minnewaterpark waar hij een beter zicht krijgt op de 7 bogen. Meteen flitst in zijn hoofd de vraag: "Hoe breed zou één zo'n boog zijn op de bodem van het kanaal?". Hij begint z'n onderzoek. Nadat hij dit probleem heeft opgelost, wandelt hij via het park naar het Wijngaardplein. Daar komt hij voorbij de brouwerij de "Halve Maan". Hij gaat binnen en op het moment dat hij een biertje wil bestellen, merkt hij op dat er voor de 2 gebrouwen bieren van het huis 2 verschillende glazen zijn. Aangezien hij dorst heeft, onderzoekt hij eerst welk glas er de grootste inhoud heeft. Hij is en blijft een wiskundige, dus het glas volgieten met water en dan via een maatbeker bepalen hoeveel water er in elk glas zat, is onder zijn niveau. Wanneer hij de oplossing heeft gevonden, bestelt hij het bier met de grootste inhoud, geniet met volle teugen en dan gaat hij weer op stap. Hij gaat verder langs de Stoofstraat naar de Onze-Lieve-Vrouwekerk. Daar leest hij op een infobord de hoogte van de Onze-Lieve-Vrouwekerk. Om de één of andere reden twijfelt hij aan dit getal. Hij zal zelf wel eens bepalen hoe hoog deze kerk is. Wanneer ook dit probleem van de baan is, gaat hij richting Simon Stevinplein. Daar móet hij wel even halt houden als wiskundeliefhebber. Toch vraagt Tim zich af wat hij eigenlijk allemaal weet over Simon Stevin. En wat hem ook fascineert, zijn al de figuren die op het standbeeld terug te vinden zijn. Tim wil ook hier het fijne van weten. Dan wandelt hij via de Steenstraat naar de Grote Markt. In de Steenstraat loopt hij voorbij het gebouw van de KBC bank. Daar valt hem meteen op dat het gebouw bestaat uit vele wiskundige vormen en dat er ook veel symmetrie terug te vinden is. Hij vraagt zich ook af of dit gebouw geen wiskundige geheimen zou bezitten. En dan eindigt hij zijn wiskundige wandeling op de Markt waar het krioelt van de mensen. Plotseling ziet hij daar een man rondlopen met een opvallende hoed op het hoofd. Tim vraagt zich af wat de kans zou zijn dat hij die man 5 uur later terug zou tegenkomen op het Zand als die man willekeurig zou rondlopen in Brugge, maar zich steeds zou verplaatsen tussen de Markt, het Zand, de Eiermarkt, de Burg en het Jan Van Eyckplein. Nadat Tim dit probleem heeft opgelost, gaat hij genieten van een zakje friet onder het Belfort!

Voorbeeld 2: Je kan ook kiezen voor een directere opdracht, maar dan in samenwerking met andere vakgebieden.

Praktische opdrachten:

(1) SPIEGELOPDRACHT: Jullie krijgen 6 spiegels. Tijdens de presentatie zal ik een laserlicht plaatsen op de speelplaats. Op een andere speelplaats plaatsen we nog een vierkant van ongeveer 10 op 10 cm en jullie mogen één keer alle 6 spiegels plaatsen zodat het laserlicht terecht komt op het vierkant.
Nadien plaatsen we een vierkant op een deur van een klaslokaal op de eerste verdieping. Opnieuw mogen jullie één keer de spiegels plaatsen.
Hoe weten jullie waar de spiegels moeten staan?
Jullie mogen enkel de coördinaten ingeven van de plaats waar de laser staat en de coördinaten van de plaats waar het doel komt te staan in je grafische rekenmachine. De posities van de spiegels komen dan op het scherm!

(2) DE BAL, DE LAT EN DE TAFEL.
Het principe is eenvoudig… Je plaatst een lat op een tafel en je laat een balletje rollen. De bal valt van de tafel op de grond en komt ergens tot stilstand. Op het einde van het schooljaar ga ik bepalen waar de bal tot stilstand moet komen. Het is dan aan jullie om de lat en de bal in juiste stelling te plaatsen zodat de eindmeet wordt bereikt.

(3) Maak EEN WISKUNDIG KUNSTWERK.

Inhoudelijke opdracht:

(1) FRACTALEN… een woord dat je af en toe eens tegenkomt!

(2) Je krijgt soms de indruk dat in de oudheid enkel mannen zich met wiskunde bezighielden. Maar wie was eigenlijk DE EERSTE VROUWELIJKE WISKUNDIGE? En wie is eigenlijk FERMAT, de prins van de amateurs.

Iemand begon meetkunde te studeren bij Euclides.
Toen hij de eerste stelling had geleerd vroeg hij aan Euclides:
“Wat zal ik verdienen als ik al deze dingen heb geleerd?”.
Euclides riep een helper en zei:
“Geef hem wat geld, want hij wil winst halen uit wat hij studeert.”

Hoofdstuk 5: Een uitgewerkt voorbeeld uit cahier 12: Het lottospel.

Vergelijk de theoretische winstkansen bij het Lottospel met de praktische winstkansen?

OC1: *gericht informatie te verzamelen, te ordenen en te bewerken.*

Wanneer je deze opdracht geeft zonder extra informatie, dan moeten de leerlingen meteen een het antwoord op een pak vragen gaan opzoeken.
Deze vragen worden tijdens een les opgesteld, maar het opzoeken zelf gebeurt thuis.
Het is ook belangrijk hen meteen te leren om een overzicht te maken van de gevonden informatie. Het is zeker ook de bedoeling dat ze in één groep met meerdere leerlingen de informatie opzoeken. Wanneer ze de taken in de groep te strikt verdelen, dan lopen ze het risico dat ze zich gaan baseren op verkeerde informatie. Het is dan de eerste opdracht tijdens een sessie in school om de gevonden informatie met elkaar te vergelijking. Het is handig om de sessies te laten doorgaan in een openleercentrum. Wanneer er discussie is, kunnen ze meteen op de computer op zoek naar een antwoord.

- Hoe werkt de Lotto?
  Er zijn immers verschillende manieren van spelen. Zo heb je het enkelvoudig bulletin, het meervoudig bulletin,… Hier is het van belang dat je afspreekt dat ze er moeten vanuit gaan dat er 6 kruisjes geplaatst worden op een rooster van 42.

- Hoe kan je winnen met Lotto en hoe bereken ment de winst?
  Op een rooster van 42 getallen mag je dus 6 getallen aanduiden. Tijdens de trekking worden er dan 6 getallen en een reserve getal getrokken. Komen er minstens drie van zes getallen voor op je bulletin, dan heb je gewonnen. Maar hoeveel win je dan? De nationale loterij bepaalt op basis van de inzet de prijzenpot en verdeelt die dan volgens een bepaalde sleutel. Wanneer je 3 cijfers juist hebt aangeduid, dan win je altijd €2.50. De winnaars met 4 juiste getallen mogen 25 procent van de prijzenpot onder elkaar verdelen, de winnaars met 5 juiste cijfers krijgen 20 procent. Wie 5 cijfers juist had met het reserve getal mag 10 procent van de pot verwachten. De grote winnaars zijn de personen met alle 6 cijfers juist, zij mogen maar liefst 45 procent onder elkaar verdelen.

- Om de theoretische kansen te berekenen hebben ze binomiaalcoëfficiënten nodig.
  Hier is het aan te raden dat je hen dat meteen meegeeft. Wanneer ze dit nog niet hebben gezien tijdens de lessen, kan je hen een opdracht geven zodat ze eerst moeten onderzoeken hoe binomiaalcoëfficiënten werken, welke eigenschappen er te vinden zijn,…

- Om de praktische kansen te berekenen moeten ze opzoeken hoeveel winnaars er waren en hoeveel er is ingezet. Meteen komt er een nieuwe vraag op de voorgrond.
  Hoeveel resultaten moeten we nemen om een relatief goed beeld te krijgen?
  Vrij snel botsen de leerlingen dan op een nieuw probleem. Via de krant kunnen ze enkel achterhalen hoeveel bulletins er zijn ingevuld. Maar zijn al die bulletins volledig ingevuld? Hoe kunnen we achterhalen hoeveel andere bulletins er zijn ingevuld en wat moeten we dat dan verrekenen?

Sommige groepen nemen dan contact op met de Nationale Loterij en als ze geluk hebben, krijgen ze een antwoord. Ook daar is het opvallend dat je niet altijd hetzelfde antwoord krijgt. Soms sturen ze alle gegevens door van de laatste jaren, soms krijg je een statistisch berekend aantal. Zo kregen we ooit volgende schatting : Om een goede schatting te maken van het aantal gespeelde codes mag je het aantal bulletins maal 10 doen. Gebruik je de speelpot, dan mag je de inzet maal twee doen om het aantal gespeelde codes te schatten. Het gemakkelijkste is om enkel de enkelvoudige bulletins te gebruiken. Hier is het sowieso van belang dat leerlingen ook beseffen dat deze schatting niet zo exact moet zijn, laat hen maar eens een berekening doen met een paar duizend meer of minder en ze zullen meteen vaststellen dat de resultaten niet veel zullen afwijken.

Het wordt meteen duidelijk dat één opdracht kan leiden tot een zeer diepgaand onderzoek. Wanneer je hen geen of bijna geen informatie geeft in het begin, moet je er wel rekening mee houden dat dit enorm veel tijd zal vragen en dat dit binnen een tijdsspanne van 6 uur niet haalbaar zal zijn. Een oplossing hier kan zijn dat je de klas opdeelt in verschillende groepjes. Zo kan je groep één een theoretische opdracht geven over binomiaalcoëfficiënten. Ook hier kan de rekenmachine een extra uitdaging vormen. Je kan hen zelf laten opzoeken hoe je dit allemaal berekent met je grafische rekenmachine en je kan hen ook uitdagen om zelf een programma te schrijven dat de coëfficiënten berekent. Later in dit cahier kom ik nog uitgebreid terug op het programmeren met de TI-84.
Een andere groep kan dan de praktische opdracht rond de Lotto afwerken. Hier moet je dan de nodige informatie in verband met binomiaalcoëfficiënten meegeven in het begin zodat ze verder kunnen werken.

OC2: *Een onderzoeksopdracht met een wiskundige component voorbereiden, uitvoeren en evalueren.*

- Berekenen van praktische en theoretische kansen op het Lottospel.
- De resultaten vergelijken tussen die twee onderzoeken.
- Het programma schrijven om binimaalcoëfficiënten te berekenen.

OC 3: *Een groepspresentatie van het groepswerk.*

- Je laat hen een paper schrijven en daarover krijgen de leerlingen vragen.
- Je laat hen in groep hun werk voorstellen. Maar als leerkracht bepaal je wie wanneer aan de beurt komt. Zo kan je controleren of ieder lid ook weet waarover het gaat.
- Na de presentatie stel je aan ieder lid een vraag.

Hoofdstuk 6: Basiscursus programmeren met de TI-84.

Een van de eenvoudigste opdrachten om mee te beginnen is je leerlingen leren programmeren met de grafische rekenmachine. Niet dat programmeren zo eenvoudig is, maar je bent zeker dat de drie elementen: "opzoeken – verwerken – presenteren" aanbod komen.

6.1. OPZOEKEN: Wanneer je leerlingen nog niet kunnen programmeren, dan kan je hen een handleiding meegeven waarin tot de kleinste details uitgewerkt staat hoe ze programma's moeten invoeren. Zo maak je hen wegwijs in de wereld van het programmeren. Hier na volgt een voorbeeld van zo'n cursus. Indien je dit wenst te gebruiken dan kan je altijd een e-mail sturen naar peter.vandewiele@sint-lodewijkscollege.be en je krijgt de wordversie thuisgestuurd.

Een minicursus programmeren voor beginners!

Een eerste programma!

stap 1: **druk op de knop "PRGM"**

Er verschijnt een scherm met daarop 3 mogelijke keuzes.
EXEC: moet je gebruiken om een programma te laten lopen
EDIT: moet je gebruiken om een bestaand programma aan te passen
NEW: moet je gebruiken om een programma te schrijven

stap 2: **druk op NEW / Create New**

Dan krijg je een standaardscherm waar je een naam aan je programma moet geven.
De "alpha-lock" staat aan, dus kan je meteen beginnen in te voeren.
Om cijfers in te voeren druk je op "alpha" om "alpha-lock" uit te schakelen.

Geef je programma de naam "TEST 1" en druk op enter.

Je programma is geopend en je merkt meteen dat elke regel begint met ":".

Wanneer je nu opnieuw op de knop "PRGM" drukt, krijg je opnieuw 3 mogelijkheden.
CTL: daar vind je de programmeerknoppen terug.
I/O: daar vind je de knoppen terug om met de gebruiker te communiceren.
EXEC: opnieuw om je programma te laten lopen.

We gaan nu eerst de knop "I/O" verkennen.

1: INPUT	dit is een knop waarmee je een geheugenruimte kan vullen. bijvoorbeeld: druk op "INPUT" A ENTER
2: PROMPT	dit is ook een knop waarmee je een geheugenruimte kan vullen. bijvoorbeeld: druk op "PROMPT" B ENTER

We gaan die twee getallen optellen.
Op de derde regel noteer je A+B "STO →" C ENTER
De geheugenruimte A en B worden opgeteld en opgeslagen in C.

3: DISP dit is een knop waarmee je de inhoud van een geheugenruimte kan kenbaar maken.
bijvoorbeeld: druk op “DISP” C ENTER

Druk op QUIT en je eerste programma is klaar.

stap 3: **testen van het programma.**

Ga naar PRGM / EXEC / TEST1 en druk op ENTER

Op je display verschijnt er nu prgm TEST1.

Druk op ENTER en wat zie je verschijnen.

“?” Dit is het gevolg van het commando INPUT.
Je grm vraagt nu een gegeven.
Voer een getal in en druk op ENTER.

dan verschijnt er…

B=? Dit is het gevolg van het commando PROMPT.
Je grm vraagt nu om een gegeven en maakt bekend in welk geheugenvakje hij het zal opslaan.
Voer een getal in en druk op ENTER.

Je ziet meteen het resultaat verschijnen gevolgd door DONE.

Je kan nu ook wat verfijnen zodat het programma gebruiksvriendelijker wordt.

PROGRAM: TEST2
:ClrHome — ***onder PRGM / I/O / 8:***
zorgt er voor dat alles op je display verdwijnt
:Disp “Geef 1° getal in” — ***zorg dat je tekst niet te lang is… anders staat de tekst niet volledig op je scherm***
:Prompt A
:Disp “en een 2° getal”
:Prompt B
: A+B "STO →" C
:Disp “de som is”
:Disp C

Het berekenen van de opl van een kwadratische vgl!

Het meest klassieke voorbeeld om mee te beginnen is het berekenen van de oplossingen van een kwadratische vergelijking.

PROGRAM: DISC
:ClrHome
:Disp “Gegeven $AX^2+BX+C=0$”
:Disp “Gevraagd A, B en C”
    :Prompt A,B,C
    :B^2-4AC "STO →" D
:If D < 0 — ***dit commando vind je terug onder PRGM CTL 1:***
:Then — ***dit commando vind je terug onder PGRM CTL 2:***
    :Disp “Geen opl”
:Else — ***dit commando vind je terug onder PGRM CTL 3:***
    :$\left(-\sqrt{D}+B\right)/(2A)$ "STO →"E
    :$\left(-\sqrt{D}-B\right)/(2A)$ "STO →"F
    :Clrhome
    :Disp “De 1°opl is”, E>**Frac** — ***vergeet nooit tussen een stuk tekst en een geheugen een komma te plaatsen***
    :Disp “De 2°opl is”, F>**Frac**
    :END — ***op die manier geef je aan dat alle commando’s na het “else”-commando zijn afgewerkt***

Tip: Hoe moet je tijdens het programmeren ergens een lijn tussen voegen?

“2nd” “DEL” + “ENTER”

Tip: Wil je terug van een commandoscherm naar je programma?

CLEAR (en niet delete)

Het kiezen van de 6 Lottocijfers uit 42 mogelijkheden!

Je programma moet willekeurig 6 verschillende cijfers kiezen tussen 1 en 42.

PROGRAM: LOTTO

:Lbl A ***een label laat toe om in het programma te "springen"***
druk op PRGM + CTL + 9:

:ClrHome

:ClrList L_1 ***op deze manier worden alle gegevens uit lijst 1 gewist***
druk op "2nd""0" (= catalogus) + C en ga opzoek

:randInt (1,42) "STO →" $L_1(1)$ ***op deze manier wordt een geheel getal (integer) ad random (rand) gekozen tussen 1 en 42***
dit gekozen getal wordt gestockeerd op de eerste plaats van lijst 1
het commando "randInt" vind je terug in de catalogus ("2nd" "0" + druk op R)

:For(K,2,6) ***hier beslis je om 5 keer een procedure te laten doorlopen***
druk op "PRGM" + "CTL" + 4:

:randInt (1,42) "STO →" $L_1(K)$

:For(L,1,K-1)

:If $L_1(K) = L_1(L)$ ***hier controleer je of het gekozen getal NIET uniek is***

:Then ***is dit het geval…***

:Goto A ***dan laat je je programma herbeginnen.***

:End ***hier wordt "If $L_1(K) = L_1(L)$" afgesloten***

:End ***hier wordt "For(L,1,K-1)" afgesloten***

:End ***hier wordt "For(K,2,6)" afgesloten***

:SortA (L_1) ***hier wordt de lijst gesorteerd***
druk op "2nd""stat" + OPS + 1:

:For(K,1,6)

:Disp($L_1(K)$)

:End

Onderzoeksvragen

1. Lees aandachtig bovenstaande programma's.

    1.1. Zorg dat je alle commando's begrijpt!
    1.2. Zorg dat je alle commando's kan invoeren!
    1.3. Zorg dat je de opbouw van het programma snapt!

2. In je menu's vind je nu nog commando's terug die nog niet besproken zijn. Zo heb je bijvoorbeeld onder CTL nog while, repeat, …. of onder I/O heb je nog getKey,… .

    2.1. Ga op onderzoek in je handleiding, je cd-rom of op het internet naar het hoe en het waarom van deze commando's.
    2.2. Schrijf dan een programma waarin je je gekozen commando gebruikt.

6.2. Verwerken.

Eenmaal de leerlingen de basis onder de knie hebben, kan je ze uitdagen om een aantal programma's zelf te schrijven.
Geef ze wel als uitdaging mee dat ze alles zelf moeten programmeren en zo weinig mogelijk bestaande codes mogen gebruiken.

Een voorbeeldje hiervan is het berekenen van de grootste gemene deler van twee gehele getallen. Deze knop staat standaard op het grafisch rekenmachine, maar het zelf schrijven geeft enorm veel voldoening.

Volgend programma werd geschreven door leerlingen die op eigen kracht de minicursus programmeren hebben doorworsteld.

Opdracht: Bepaal de grootste gemene deler van twee getallen.

```
: ClrHome
: ClrList L1
: Prompt A
: Prompt B
: A →L1(1)
: B → L1(2)
: Min (L1) → C
: 1 → G
: 2 → D
: Lbl E
: If iPart(A/D) = (A/D) and iPart(B/D) = (B/D)
: Then
: (A/D) → A
: (B/D) → B
: (G*D) → G
: (C/D) → C
: Goto E
: Else
: If D ≥ C
```

```
: Then
: Disp "De ggd is", G
: Else
: (D+1) sto D
: Goto E
: End
```

Zoals u meteen kunt zien, is dit niet meteen een programma om te verkopen.
Maar het voornaamste voor de leerlingen is dat het werkt!

6.3. Presenteren

Nu komt voor hen de grootste uitdaging. Ze moeten dit programma uitleggen aan hun medeleerlingen. Hier is sturing zeker noodzakelijk. Leerlingen kiezen nogal snel voor het principe dat ze regel per regel het programma laten invoeren en ondertussen geven ze wat uitleg. Dit systeem werkt niet, omdat de medeleerlingen zich volop moeten concentreren op het invoeren zodat ze de uitleg niet horen, laat staan begrijpen. Het is beter dat ze het programma eerst overzetten op elkaars rekenmachine en dan pas het programma uitleggen. Indien je beschikt over een elektronisch leerplatform, kan je ook dit medium gebruiken.

Het is ook noodzakelijk dat je je leerlingen leert om eerst het principe van hun programma uit te leggen.

Nemen we het voorbeeld van de grootste gemene deler terug.

Stap 1: je vraagt 2 getallen
Stap 2: je zoekt het kleinste van de twee
Stap 3: je stelt de ggd gelijk aan: 1
Stap 4: dan controleer je of beide getallen deelbaar zijn door 2
Stap 5: indien dit ok is vermenigvuldig je 1 met 2 en zo bekom je een nieuwe ggd
Stap 6: dan controleer je of beide getallen deelbaar zijn door 3
Stap 7: indien dit ok is vermenigvuldig je 2 met 3 en zo bekom je een nieuwe ggd
Stap 8: dit verhaal gaat verder tot je aan het kleinste getal komt

Nu kunnen ze hun programma zelf gaan uitleggen.
De medeleerlingen kunnen nu beter volgen en mogen op het einde het programma uittesten en problemen gaan opzoeken.
Zo stellen ze vast dat het bij grotere getallen vrij snel verkeerd loopt omdat er teveel getallen moeten overlopen worden.
Ook kunnen ze de auteurs inhoudelijke vragen stellen. Het gebruik van de lijst bijvoorbeeld in dit programma is totaal overbodig.
Maar ik blijf herhalen dat het voor mij niet het voornaamste is dat alles perfect werkt en op de beste manier is geschreven. Het is wel belangrijk dat ze het zelf hebben geschreven en in elkaar geknutseld.

Hoofdstuk 7: Hoe evalueren?

7.1. Kleinere projecten met een paper als eindresultaat.

Het eenvoudigste is om zeer duidelijke criteria te gebruiken. Probeer ook je leerlingen van in het begin duidelijk te maken dat ze voor sommige criteria punten krijgen of niet.
Wanneer je iets gaat evalueren, kies dan ook voor een even aantal mogelijkheden. De verleiding is anders te groot om steeds het gemiddelde te geven. Wanneer je dit niet doet, maak je ook voor de leerlingen duidelijk of ze slagen of niet.

Hoe kunnen leerlingen punten verdienen?
1) Heeft leerling A z'n logboek bijgehouden of niet?

0 punten 1punt 2 punten 3 punten

Dit is voor een leerkracht eenvoudig te controleren op het elektronisch leerplatform.

2) Heeft leerling A materiaal opgezocht en meegebracht naar de les?

0 punten 2 punten 4 punten 6 punten

Dit is voor een leerkracht te controleren door in het begin van de les rond te lopen en te kijken wat de leerlingen op tafel hebben gelegd.

3) Heeft leerling A constructief meegewerkt tijdens de sessie in de les?
Dit onderdeel kan je de leerlingen zelf laten beoordelen door hen volgende vragen te stellen.
Je beslist zelf of je de puntenverdeling die hieraan gekoppeld is, bekend maakt of niet.

Heeft leerling A:	O niet meegewerkt tijdens de sessie.	0 punten
	O matig meegewerkt tijdens de sessie.	2 punten
	O goed meegewerkt tijdens de sessie.	4 punten
	O zeer goed meegewerkt tijdens de sessie.	6 punten
Leerling A:	O luistert niet naar de inbreng van medeleerlingen	0 punten
	O luistert wel naar de inbreng van medeleerlingen	2 punt
Leerling A:	O spreekt dialect tijdens de sessie.	0 punten
	O spreekt Nederlands tijdens de sessie	2 punt

Op het einde tel je de scores bij elkaar en krijgt elke leerling het gemiddelde op 10 punten.

4) Een groepscore op de paper (op 6 punten).

Hebben de leerlingen de juiste onderzoeksvragen gesteld?
0 punten 1 punt 2 punten 3 punten
Hebben de leerlingen de juiste wiskundige taal gebruikt?
0 punten 1 punt 2 punten 3 punten

Zo kom je op een totaal van 25 punten.
Wanneer er een samenwerking is met vak Nederlands, dan kan je ook aan je collega vragen om de papers te beoordelen vanuit zijn/haar vakgebied. Je hebt dan nog de mogelijkheid om die punten te laten meetellen voor jouw vak of voor het vak Nederlands.

7.2. Eén project van 6 uur met een presentatie als eindresultaat.

Hoe kunnen leerlingen punten verdienen?
1) Heeft de groep een goed stappenplan gemaakt en hebben ze die aangepast indien nodig?

0 punten 1punt 2 punten 3 punten

Dit is voor een leerkracht eenvoudig te controleren op het elektronisch leerplatform.

2) Heeft leerling A z'n logboek bijgehouden of niet?

0 punten 1punt 2 punten 3 punten

Dit is voor een leerkracht eenvoudig te controleren op het elektronisch leerplatform.

3) Heeft de groep voldoende en correcte onderzoeksvragen gesteld?
Zijn de vragen nadien aangevuld indien nodig?

0 punten 4punt 6 punten 8 punten

Dit is voor een leerkracht eenvoudig te controleren op het elektronisch leerplatform.

4) Heeft leerling A materiaal opgezocht en meegebracht naar de les?

0 punten 1 punten 3 punten 4 punten

Dit is voor een leerkracht te controleren door in het begin van de les rond te lopen en te kijken wat de leerlingen op tafel hebben gelegd.

5) Heeft leerling A constructief meegewerkt tijdens de sessie in de les? (20 punten)
Dit onderdeel kan je de leerlingen zelf laten beoordelen door hen volgende vragen te stellen.
Je beslist zelf of je de puntenverdeling die hieraan gekoppeld is, bekend te maken of niet.

Heeft leerling A:	O niet meegewerkt tijdens de sessie.	0 punten
	O matig meegewerkt tijdens de sessie.	2 punten
	O goed meegewerkt tijdens de sessie.	4 punten
	O zeer goed meegewerkt tijdens de sessie.	6 punten
Leerling A:	O luistert niet naar de inbreng van medeleerlingen	0 punten
	O luistert wel naar de inbreng van medeleerlingen	2 punt
Leerling A:	O spreekt dialect tijdens de sessie.	0 punten
	O spreekt Nederlands tijdens de sessie	2 punt

Op het einde tel je de scores bij elkaar en krijgt elke leerling het gemiddelde op 10 punten.
Dit doe je na elke sessie en zo kom je aan twintig punten.

4) Een groepscore op de presentatie (12 punten).

Hebben de leerlingen de vraag voldoende beantwoord?
0 punten 1 punt 2 punten 3 punten
Hebben de leerlingen de juiste wiskundige taal gebruikt?
0 punten 1 punt 2 punten 3 punten
Was de presentatie duidelijk voor de andere leerlingen?
0 punten 1 punt 2 punten 3 punten
Hebben ze als groep op een vlotte en correcte manier geantwoord op de vragen?
0 punten 1 punt 2 punten 3 punten

Zo kom je op een totaal van 50 punten.

Hoofdstuk 8: ideeënbox voor een nieuw seizoen.

Opdracht 1: Wanneer een groep een programma schrijft dat controleert of een getal een priemgetal is of niet, kan je hen ook volgende opdracht meegeven.

Iedereen weet dat het altijd feest is wanneer er nieuw priemgetal gevonden wordt. Maar zullen we ooit het grootste priemgetal ontdekken?

Opdracht 2: Eén van de stellingen van Lagrange weet ons te vertellen dat je elk natuurlijk getal kan schrijven als een som van ten hoogste vier kwadraten. Zo kan je bijvoorbeeld het getal zeven schrijven als 4+1+1+1.
In 1170 kwam Waring met een veralgemening. Zo toonde hij aan dat wanneer je derdemachten gebruikt er hoogstens negen derdemachten nodig zijn.
Indien je gebruik maakt van vierdemachten dan heb je er hoogstens 19 nodig.

Welke opdrachten kan je hier formuleren?

2.1. Ga opzoek naar het grootste natuurlijke getal dat een som is van negen derde machten. ((Het getal 239=64+64+27+27+27+27+1+1+1 is het grootste natuurlijke getal die er negen nodig heeft))
2.2. Schrijf een programma dat een willekeurig ingevoerd getal tussen 1 en 100 schrijft als een som van kwadraten.
2.3. Wat weet je over Joseph Louis Lagrange en Edward Waring?

Opdracht 3: Vreemde getallen.

Guido Grandi schreef in 1703 een werkje waarin hij het volgende noteerde:

Gegeven: $(1+x).(1-x+x^2-x^3+......) = (1-x+x^2-x^3+....)+(x-x^2+x^3-....) = 1$

Wat gebeurt er als je x vervangt door 1?

3.1. Hoe kan je deze paradox verklaren? Wie heeft dit probleem aangepakt?

Het getal 145 is een speciaal getal. Het is het enige natuurlijk getal dat gelijk is aan de som van de faculteiten van de cijfers van het getal zelf: 145 = 1! + 4! + 5!.
Het getal 128 is ook een speciaal getal, want het getal is een macht van 2 en de cijfers van het getal zijn ook allemaal machten van 2.

3.2. Ga op zoek naar nog speciale getallen en toon ze aan via je grafisch rekenmachine.

Opdracht 4: Wiskundige werktuigen!

Wanneer men jou vraagt om een lijnstuk te tekenen, dan grijpen we meteen naar een lat. Wanneer men vraagt om een cirkel te tekenen dan grijpen we meteen naar een passer en niet naar een rond ding.

4.1. Zou er ook een instrument bestaan dat lijnstukken kan tekenen?
4.2. Hoe werkt ook alweer een schuifpasser?

Opdracht 5: Hoe zagen de wiskundelessen er uit voor de komst van het rekentoestel?

5.1. Hoe werkt een logaritmeboekje?
5.2. Hoe berekent het grafisch rekentoestel logaritmen?

Opdracht 6: Controleer of een natuurlijk getal een priemgetal is of niet?

Opdracht 7: De driehoek van Pascal.

Hoewel jullie opdracht over de driehoek van Pascal gaat, wil ik meteen een ander wiskundig genie aan jullie voorstellen, Fibonacci. Maar wie is eigenlijk Fibonacci en vooral waar vind je zijn rij terug in de driehoek van Pascal?
In jullie zoektocht naar de oplossing van mijn eerste vraag zijn jullie waarschijnlijk nog op enkele magische verbanden gestoten. Geef er nog een tweetal en als derde zou ik graag van jullie een bewijs krijgen van de Pascalbloempjes.

Tot slot wil ik dat jullie nog een programma schrijven voor je grm zodat ik als gebruiker een rij kan invoeren en dat je grm mij alle getallen van die rij van de driehoek van Pascal geeft.

Opdracht 8: De magie van het oneindig rekenen.

Het begrip “oneindig” is en blijft een begrip dat je met fluwelen handschoenen moet aanpakken. Dit begrip is evenzeer een filosofisch als wiskundig begrip. Het gekozen uitgangspunt speelt immers een zeer belangrijke rol.
Om “het gevaar” van het rekenen met “oneindig” aan te tonen, krijg je het volgende verhaal.

> Tijdens de les wiskunde stelt Simon volgende vraag:
> “Hoeveel procent van de natuurlijke getallen zijn kwadraten van een natuurlijke getal?”
>
> Bert weet meteen het antwoord: “50%”.
>
> “Waarom?” vraagt Simon? Bert antwoordt:
> “Elk natuurlijk getal heeft een kwadraat, dus er zijn er evenveel.”
>
> Maarten gaat hier niet mee akkoord en antwoordt dat het nul procent is.
> De klas is met verstomming geslagen.

Maarten gaat naar het bord en vertelt volgend verhaal.

“Neem de rij “n” van de natuurlijke getallen: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16…. Vervang nu elk getal in de rij door een getal dat aangeeft hoeveel kwadraten we reeds zijn tegengekomen. De rij “u” wordt dus: 1,1,1,2,2,2,2,2,3,3,3,3,3,3,3,4,…
Je kan bewijzen dat $u_n \leq \sqrt{n}$ (1). We kunnen dus berekenen dat het percentage kwadraten gelijk is aan $\frac{100u_n}{n}$. Of door gebruik te maken van (1) dat het percentage kleiner of gelijk is aan $\frac{100}{\sqrt{n}}$. Zo kunnen we besluiten dat hoe groter het aantal bestudeerde natuurlijke getallen, hoe kleiner het percentage wordt.
M.a.w. het antwoord op de vraag is 0%!”

Ga zelf op zoek naar nog 2 magische verhalen en probeer ondertussen te achterhalen wanneer het symbool “∞” komt.

In de extra opdracht gebruiken we een eigenschap van Cantor. Maar wie is Cantor eigenlijk?

opdracht :

1. Noem $s_4 = 1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2$ de 4-de partiële som.

   Algemeen: $s_n = 1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + ... + \left(\frac{1}{n}\right)^2$

   1.1. Schrijf een programma dat s_n berekent voor een gegeven n-waarde.

   1.2. Bewijs dat $\forall n \in N_0 : s_{n+1} + \frac{1}{n+1} \leq s_n + \frac{1}{n}$

2. Neem nu: $I_n = \left[s_n, s_n + \frac{1}{n}\right]$

   Bewijs dat $I_{n+1} \subset I_n$

De wiskundige Cantor heeft bewezen dat aangezien deze intervallen altijd maar kleiner en kleiner worden er één getal moet zijn dat tot al die intervallen behoort.
Zo weten we dat deze oneindige som bestaat. Het was Leonhard Euler die heeft bewezen dat deze som gelijk was aan $\frac{\pi^2}{6}$.

3. Verklaar door gebruik te maken van de stelling van Cantor waarom 0.99….. = 1.

Opdracht 9: Het getal pi.

Een getal dat nog altijd tot de verbeelding spreekt is het getal pi. Is het toeval dat Einstein op 14 maart (3.14) is geboren? Ga op zoek naar de geschiedenis van het getal pi. Hoe komt hij bijvoorbeeld aan z'n naam? Hoe berekende men vroeger het getal pi? Maak gebruik van je grm om deze berekeningen na te bootsen.

Toeval of niet? In Havelte vind je hunebedden terug. De grootste heeft een lengte van 21,33 meter en een breedte van 6,79 meter. Als je de lengte deelt door de breedte krijg je 3.14. Bij het kleinste hunnebed zijn de afmetingen 16.78 op 2.67 of de lengte gedeeld door de breedte is hier 6.28. Kunnen we hieruit besluiten dat men in de prehistorie reeds op de hoogte was het getal pi? Ga op zoek naar het getal in de wereld van de kunst en de bouwkunst.

Stanislaw Jerzy Lec (Pools schrijver) zei ooit…
"Ik ben het met de wiskunde niet eens.
De som van nullen is een gevaarlijk getal!"

Hoofdstuk 9: Extra documenten.

9.1. Mogelijk document om het project in te leiden.

Beste leerlingen,

In de derde graad wordt er van jullie verwacht dat je op zelfstandige basis een wiskundig probleem kan aanpakken.

De drie grote pijlers waarop je je moet baseren zijn: onderzoek – wiskundig verwerken – presenteren.

Vandaag start het project. De klas wordt onderverdeeld in teams van 4 à 5 leerlingen.
Per team krijg je één opdracht. Je krijgt een paar dagen de tijd om eens goed na te denken over de opdracht en in de les van vrijdag mogen jullie gedurende één uur samenwerken aan jullie stappenplan. Hierin moet je stap voor stap noteren hoe je het project zal aanpakken. Een stappenplan is noodzakelijk, maar het aanleggen van een logboek is nog veel belangrijker. In een logboek vind je constant terug wat er reeds van het stappenplan is verwezenlijkt en wat er nog moet gebeuren. Je zorgt er voor dat je stappenplan en je logboek steeds op elov aanwezig zijn. Dit is voor ons een noodzakelijke bron van informatie om jullie te kunnen evalueren.
Nadien vul je ook het document: "onderzoeksvragen" in en je zorgt er ook voor dat dit document aangevuld wordt indien nodig.
Merk op dat het werk thuis een individueel gebeuren is. Hou elkaar wel op de hoogte van wat er reeds gebeurd is! (= logboek). Het belangrijkste doel van de sessies op school is dat jullie de gevonden info, programma's, ... met elkaar gaan vergelijken. Na overleg met elkaar komen jullie tot één besluit, dat we terugvinden in de paper.

In de week van 2 maart en in de week van 16 maart kunnen jullie gedurende twee lesuren aan jullie opdracht werken. Deze lessen gaan altijd door in het OLC. Zo kunnen jullie ook tijdens deze sessies gebruik maken van de computer. Voor de week van 2 maart zijn volgende momenten voorzien:

5B: Di 6 en Wo 2
5C: Ma 7 en Di 7
5G: Ma 6 en Wo 1
5K: Di 1 en Di 2

Het resultaat van jullie werk is terug te vinden in een paper die je na de paasvakantie moet presenteren. Elke groep krijgt dan 10 minuten de tijd om z'n werk voor te stellen en elke groep wordt dan ook 10 minuten ondervraagd over z'n werk.

Alvast veel succes en vooral veel plezier.

9.2. Stappenplan en logboek.

Stappenplan + logboek OZC groep 1 5B

Vooraleer jullie aan de slag gaan, moeten jullie eerst een stappenplan opmaken.

Wat is een stappenplan?

Je gaat eerst nadenken over hoe je het project gaat aanpakken.

Je stelt jezelf een aantal vragen?
Je mag natuurlijk met je groep nog extra vragen stellen.

1) Wat gaan we doen tegen de eerste sessie?
2) Wat gaan we doen tijdens de eerste sessie?
3) Wat gaan we doen tussen de twee sessies?
4) Wat gaan we doen tijdens de tweede sessie?
5) Wat gaan we doen tussen de tweede sessie en de presentatie?

Nadien plaats je ook bij elk item een exacte datum.
De zo gevreesde deadline!
Let er wel voor op dat er nog altijd een beetje marge is.

Ook een timing is noodzakelijk, hoelang verwacht je aan deze stap te werken?

Je plaatst dan jullie stappenplan op elov zodat iedereen kan volgen.

Dan kunnen jullie aan de slag.

Nu speelt het logboek een belangrijke rol. In een logboek moet je bijhouden wat je precies hebt gedaan en wanneer. Met andere woorden, iedere keer als je iets hebt gedaan voor het project, moet je het logboek aanpassen.
Je moet dus het logboek van elov halen en er meteen opnieuw op plaatsen!
Het logboek is belangrijk voor de medeleden. Zo weten zij precies wie, wat gedaan heeft. En dit is ook voor ons, leerkrachten, een belangrijk document. Wanneer we een controle uitvoeren op elov en we zien een leeg logboek, dan gaan we ervan uit dat niemand iets heeft gedaan. Nadien komen vertellen dat je dit en dat hebt gedaan, is zinloos.

Veel succes!

HET STAPPENPLAN GROEP 1 5B

	Wat	Timing	Uiterste datum	Wie
Stap 1				
Stap 2				
Stap 3				
Stap 4				
Stap 5				
Stap 6				
Stap 7				
Stap 8				
Stap 9				
Stap 10				

LOGBOEK GROEP 1 5B

Naam	Wat	Timing	Stap

9.3. Onderzoeksvragen.

Onderzoeksvragen OZC groep 1 5B

Beste leerlingen,

Jullie hebben net de opdracht gekregen in verband met onderzoekscompetenties.
Het belangrijkste wat jullie nu te doen staat, is deze opdracht eens goed na lezen.
Nadien formuleren jullie onderzoeksvragen. Eigenlijk bestaan er twee soorten.
De eerste soort vragen moet er toe leiden dat jullie de opdracht effectief begrijpen. De tweede soort vragen moet er toe leiden dat jullie het probleem kunnen oplossen.
We herhalen nogmaals dat het een onderzoeksopdracht is. Met andere woorden, jullie moeten de oplossingen niet zelf uitvinden, maar door de juiste vragen te stellen, zal je in de bibliotheek of op het internet of …. het antwoord vinden.

WELKE ONDERZOEKSVRAGEN HEBBEN JULLIE GESTELD BIJ HET BEGIN VAN DE OPDRACHT?

1)____
2)____
3)____
4)____
5)____
6)____
7)____

WELKE ONDERZOEKSVRAGEN ZIJN ER BIJGEKOMEN TIJDENS HET UITVOEREN VAN DE OPDRACHT?

1)____
2)____
3)____
4)____
5)____
6)____
7)____

9.4. Rapport.

OZC Rapport van …………………………………… 5..

Behaalde punten door de groep.		Commentaar:
Beoordeling van het stappenplan.	/3	
Beoordeling van de gestelde onderzoeksvragen.	/8	
Beoordeling op het eindwerk en de presentatie er van.	/12	

Individueel behaalde punten.		Commentaar:
Beoordeling van het bijhouden van een logboek.	/3	
Beoordeling van het opgezochte en meegebrachte materiaal.	/4	
Beoordeling van de medegroepsleden in verband met de medewerking tijdens het project.	/20	

Totaal	/50
Groepscore	/23
Individuele score	/27

9.5. Evaluatie.

OZC Evaluatie van …………………………………… 5..

Graag had ik van jullie een evaluatie gekregen in verband met het onderdeel ‘onderzoekscompetenties’.

Om jullie een beetje op weg te helpen, volgen hier een aantal vragen waarop je kan antwoorden. Maar wil je nog iets meer kwijt? Schrijf het op!

1. Wat vond je van de onderzoeksopdracht?
   1.1. Was de opdracht duidelijk?
   1.2. Was het eenvoudig of moeilijk om de oplossing te vinden?
   1.3. …

2. Hoe viel het groepswerk mee?
   2.1. Heeft iedereen z’n deel van het werk gedaan?
   2.2. Viel het mee om het forum op elov op te volgen?
   2.3. Is zo’n forum een goed middel om mee te werken?
   2.4. …

3. Het project zelf.
   3.1. Wat is volgens jou de meerwaarde van onderzoekscompetenties in de wiskundelessen?
   3.2. Heb je nu de indruk dat je beter met je grafische rekenmachine kan werken? Denk je dat je nu je rekenmachine meer zal gebruiken?
   3.3. Zou jij kiezen voor een presentatie op het einde of vind je een paper indienen beter?
   3.4. ….

4. Wat zou jij naar volgend jaar toe verbeteren aan dit project?

5. Heb je nog inhoudelijke ideeën?

Alvast bedankt!

Het onderdeel ‘onderzoekscompetenties’ is en blijft een uitdagend aspect van het leerplan voor wiskundeleerkrachten in de studierichtingen die leerplan A volgen.
Met dit cahier proberen we u een structuur mee te geven waarop u kan terugvallen om uw project op te zetten van het begin tot het einde.
Het bevat allerlei voorstellen, documenten en (al dan niet uitgewerkte) voorbeelden.
Een aantal oplossingen zijn overgenomen uit papers die leerlingen hebben ingediend.

Twee gedachten doorkruisen dit cahier.
Onderzoekscompetenties steunt op drie pijlers: opzoeken / wiskundig verwerken / presenteren.
Een belangrijk doel van onderzoekscompetenties is dat leerlingen moeten leren onderzoeken om later door onderzoek te leren.

PETER VANDEWIELE geeft wiskunde in het Sint-Lodewijkscollege te Brugge en is lid van de stuurgroep tweede/derde graad van West-Vlaanderen.

Januari 2010

Texas Instruments